

POLINOMIOS

1) Desarrollar aplicando igualdades notables:

a) $(3x + 2y)^2 =$

Sol: $9x^2 + 12xy + 4y^2$

b) $(4z - 5)^2 =$

Sol: $16z^2 - 40z + 25$

c) $(x\sqrt{x} - 3)(x\sqrt{x} + 3) =$

Sol: $x^3 - 9$

d) $\left(\sqrt{\frac{4x}{5}} - 3y\right)^2 =$

Sol: $\frac{4x}{5} - \frac{12}{5}\sqrt{5xy} + 9y^2$

e) $(\sqrt{11} + \sqrt{5})^2 =$

Sol: $16 + 2\sqrt{55}$

f) $\left(x^2y - \frac{y^2}{x}\right)^2 =$

Sol: $x^4y^2 - 2xy^3 + y^4/x^2$

g) $(5\sqrt{2} - 3)(5\sqrt{2} + 3) =$

Sol: 41

h) $\left(\frac{4x}{5} + \frac{y}{2}\right)^2 =$

Sol: $16x^2/25 + 4xy/5 + y^2/4$

i) $(2\sqrt{x} - \sqrt{3})(2\sqrt{x} + \sqrt{3}) =$

Sol: $4x - 3$

j) $\left(\frac{\sqrt{4x}}{y} + \frac{y}{\sqrt{2x}}\right)^2 =$

Sol: $4x/y^2 + 2\sqrt{2} + y^2/2x$

2) Sacar factor común:

a) $3x + 9y =$

S: $3(x+3y)$

f) $6x - 2y =$

S: $2(3x-y)$

b) $3a - ab =$

S: $a(3-b)$

g) $3 + 3a =$

S: $3(1+a)$

c) $y^2 - 2y =$

S: $y(y-2)$

h) $9y^3x + 3yx =$

S: $3xy(3y^2+1)$

d) $10x^3 + 5x^2 =$

S: $5x^2(2x+1)$

i) $6n - 6n^2 =$

S: $6n(1-n)$

e) $2ax^2 - 6a^2x^4 =$

S: $2ax^2(1-3ax^2)$

j) $(x+2)x + 4(x+2) =$

S: $(x+4)(x+2)$

3) Descomponer, al máximo posible, en factores las siguientes expresiones:

a) $16x^4 - 24x^2y + 9y^2 =$

Sol: $(2x - \sqrt{3}y)^2(2x + \sqrt{3}y)^2$

b) $9x^2 - 25y^4 =$

Sol: $(\sqrt{3}x - \sqrt{5}y)(\sqrt{3}x + \sqrt{5}y)(3x+5y^2)$

c) $4a^2 + 25 - 20a =$

Sol: $(2a-5)^2$

d) $\frac{49}{36}y^2 - 81 =$

Sol: $(7y/6-9)(7y/6+9)$

e) $6z + z^2 + 9 =$

Sol: $(z+3)^2$

f) $\frac{9}{4}x^2 + \frac{1}{16} + \frac{6}{8}x =$

Sol: $(3x/2+1/4)^2$

g) $64x^4 - 49y^2 =$

Sol: $(2\sqrt{2}x - \sqrt{7}y)(2\sqrt{2}x + \sqrt{7}y)(8x^2 + 7y)$

h) $16a^4b^2 - 24a^2b^2 + 9b^2 =$

Sol: $b^2(2a - \sqrt{3})^2(2a + \sqrt{3})^2$

i) $\frac{4a^2}{b^2} - y^2 =$

Sol: $(2a/b-y)(2a/b+y)$

4) Hallar m en el polinomio $x^4 - 3x^3 + 2x - 2m$ para que al dividirlo entre $(x + 2)$ dé 16 de resto.
Sol: $m = 10$

5) Hallar b para que $x^5 - 8x^2 + bx - 6x^3 + 4$ sea divisible entre $x - 4$. *Sol: -129*

6) Completar las siguientes igualdades para que sean el cuadrado de un binomio, e indicar de qué binomio se trata:

a) $4a^2 + 4ab + \quad =$ *Sol: $b^2 // (2a+b)^2$*

b) $b^4 - 2ab^2 + \quad =$ *Sol: $a^2 // (b^2-a)^2$*

c) $\frac{9}{4}x^2 - \quad + y^2 =$ *Sol: $3xy // (3x/2-y)^2$*

d) $\frac{4}{9}a^2 - 12a + \quad =$ *Sol: $81 // (2a/3-9)^2$*

e) $9a^2m^2 + 6am + \quad =$ *Sol: $1 // (3am+1)^2$*

f) $\quad - \frac{4}{3}x^2y^2 + y^4 =$ *Sol: $4x^4/9 // (2x^2/3-y^2)^2$*

g) $9a^2b^2 - 12a^3yb + \quad =$ *Sol: $4y^2a^4 // (3ab-2ay)^2$*

h) $\quad - 12x^6y^3 + x^4 =$ *Sol: $36x^8y^6 // (6x^4y^3-x^2)^2$*

i) $\frac{9}{4}m^2n^2 + \quad + \frac{25}{81}m^4n^2 =$ *Sol: $15m^3n^2/9 // (3mn/2+5m^2n/9)^2$*

7) Calcular el resto de las siguientes divisiones, realizándolas mediante Ruffini y, además, aplicando el Teorema del Resto:

a) $(x^2 - 3x^4 + 3 - x) : (x - 3)$ *Sol: -234*

b) $(x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 7) : (x + 1)$ *Sol: -3*

c) $(3x^6 - 4x^3 + 3x^2 - x + 2) : (x + 2)$ *Sol: 240*

d) $(25m^3/8 - 15m^2/4 + 3m - 20/3) : (m + 2/5)$ *Sol: -26/3*

e) $(a^2x^3 + ax^2 - 2a^3 + a^2x - 3ax^4 + 2x^5) : (x - a)$ *Sol: 0*

8) Descomponer factorialmente los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 7x^2 + 7x + 15 =$ *Sol: $(x+1)(x-3)(x-5)$*

b) $6x^3 - 13x^2 + 4x + 3 =$ *Sol: $6(x-1)(x-3/2)(x+1/3)$*

c) $15x^3 + 26x^2 - x - 12 =$ *Sol: $15(x+1)(x-3/5)(x+4/3)$*

d) $x^3 + x - 2 =$ *Sol: $(x-1)(x^2+x+2)$*

e) $3x^3 + 7x^2 + 4x + 4 =$ *Sol: $(x+2)(3x^2+x+2)$*

f) $3x^3 - 3 =$ *Sol: $3(x-1)(x^2+x+1)$*

9) Hallar el m.c.m. y el m.c.d. de los siguientes grupos de polinomios:

a) $P(a) = a - 1$; $Q(a) = a^2 - a$; $R(a) = ab - b$
 mcm = *Sol: $ab(a-1)$*
 mcd = *Sol: $a-1$*

b) $P(a) = 15a - 5a^2$; $Q(a) = a^2 - 6a + 9$; $R(a) = 9 - a^2$
 mcm = *Sol: $5a(3-a^2)(3+a)$*
 mcd = *Sol: $3-a$*

c) $P(x) = x^3 - 1$; $Q(x) = x^3 - x$; $R(x) = x^2 - 1$
 mcm = *Sol: $x(x-1)(x+1)(x^2+x+1)$*
 mcd = *Sol: $x-1$*

d) $P(x) = 5x - 10$; $Q(x) = 15x^2 - 60$; $R(x) = 3x^2 - 12x + 12$
 mcm = *Sol: $15(x-2)^2(x+2)$*
 mcd = *Sol: $x-2$*