

**CÁLCULO DE LÍMITES (Resumen)**

- Para cualquier **polinomio**  $P(x)$ , se tiene:  $\lim_{x \rightarrow \infty} P(x) = \infty$
- Cuando  $x \rightarrow \infty$ , y nos surge la **indeterminación**  $\infty/\infty$ , en la expresión del límite **todo el numerador puede sustituirse por su término (sumando) de mayor grado, y lo mismo con el denominador**. Esto es válido tanto si cada uno de ellos es un polinomio, o si aparecen polinomios elevados a un número, o **dentro de una raíz**. Al simplificar la expresión resultante, solemos tener eliminadas las indeterminaciones.
- Si obtenemos la **indeterminación**  $+\infty - \infty$  y en la expresión del límite tenemos **una resta en la que aparece alguna raíz**, multiplicamos y dividimos por el conjugado de dicha resta.
- Cuando  $x \rightarrow a$ , y tenemos un cociente de polinomios con **indeterminación**  $0/0$ , **descomponemos por Ruffini**, dividiendo entre  $x - a$  para dicho  $a$ .
- Cuando  $x \rightarrow a$ , y aparecen **restas de raíces con indeterminaciones**  $0/0$ , multiplicamos y dividimos por el conjugado de dichas restas y aplicamos Ruffini a los polinomios resultantes.
- Ante la **indeterminación**  $1^\infty$ , sustituimos el límite completo de la siguiente forma:  $\lim_x f(x)^{g(x)} = (1^\infty) = e^{\lim_x [g(x)[f(x)-1]}$

A continuación resumimos resultados con las 7 indeterminaciones, y otros resultados que no son indeterminados.

**RESULTADOS HABITUALES DE LÍMITES EN LOS QUE INTERVIENEN  $\infty$  ó  $0$**

	OPERACIÓN	RESULTADO DEL LÍMITE	REGLA MNEMOTÉCNICA
<b>SUMAS</b>	$\pm \infty \pm a$	$\pm \infty$	Si a $\infty$ unidades (positivas, negativas o sin signo) le sumamos o restamos una cantidad finita de unidades $a$ , continuamos con las $\infty$ unidades que teníamos
	$+\infty + \infty$	$+\infty$	Si a $+\infty$ unidades les sumamos otras $+\infty$ , seguimos teniendo $+\infty$
	$-\infty - \infty$	$-\infty$	Si a $\infty$ unidades negativas les añadimos otras $\infty$ unidades negativas, continuamos teniendo $\infty$ unidades negativas
	$+\infty - \infty$	<b>INDETERMINADO</b>	<b>INDETERMINADO</b>
<b>PRO-DUCTOS</b>	$\infty \cdot \infty$	$\infty$	$\infty$ (con o sin signo) al cuadrado sigue siendo $\infty$ (sin signo, o con el resultado correspondiente de la regla de los signos)
	$a \cdot \infty$ ( $a \neq 0$ )	$\infty$	$a$ veces $\infty$ unidades siguen siendo $\infty$ unidades (se ha puesto $\infty$ sin signo, pero se puede aplicar la regla de los signos al resultado).
	$0 \cdot \infty$	<b>INDETERMINADO</b>	<b>INDETERMINADO</b>
<b>COCIENTES</b>	$\frac{a}{\infty}$	$0$	Al repartir $a$ caramelos entre $\infty$ niños, caben a $0$ caramelos por niño. $a$ puede valer $0$ .
	$\frac{\infty}{a}$	$\infty$	Al repartir $\infty$ caramelos entre $a$ niños, caben a $\infty$ caramelos por niño. Incluso $a$ puede ser $0$ porque, aún así, no terminaría el reparto nunca.
	$\frac{a}{0}$ ( $a \neq 0$ )	$\infty$	Al intentar distribuir $a$ caramelos ( $a \neq 0$ ) entre $0$ niños, por más que se intente, no termina nunca el reparto.
	$\frac{0}{0}$	<b>INDETERMINADO</b>	<b>INDETERMINADO</b>
	$\frac{\infty}{\infty}$	<b>INDETERMINADO</b>	<b>INDETERMINADO</b>
<b>POTENCIAS</b>	$(+\infty)^n$ ( $n > 0$ )	$+\infty$	$+\infty$ multiplicado por sí mismo $n$ veces, resulta $+\infty$
	$(+\infty)^n$ ( $n < 0$ )	$0$	$(+\infty)^{-n} = \frac{1}{(+\infty)^n} = \frac{1}{\infty} = 0$
	$(+\infty)^{+\infty}$	$+\infty$	$+\infty$ multiplicado por sí mismo $+\infty$ veces, resulta $+\infty$
	$(+\infty)^{-\infty}$	$0$	$(+\infty)^{-\infty} = \frac{1}{(+\infty)^{+\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$
	$\sqrt{+\infty}$	$+\infty$	Seguimos teniendo $\infty$ unidades
	$0^{+\infty}$	$0$	$0 \cdot 0 \cdot \dots \cdot 0 = 0$
	$0^{-\infty}$	$+\infty$	$0^{-\infty} = 1 / (0^{+\infty}) = 1/0 = \infty$ . La base debe ser positiva.
	$a^{+\infty}$ ( $a > 1$ )	$+\infty$	$2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 \cdot \dots = +\infty$
	$a^{-\infty}$ ( $a > 1$ )	$0$	$1/a^{+\infty} = 1/\infty = 0$
	$a^{+\infty}$ ( $0 < a < 1$ )	$0$	$0,1 \cdot 0,1 \cdot \dots \cdot 0,1 \cdot \dots = 0$
	$a^{-\infty}$ ( $0 < a < 1$ )	$+\infty$	$1/0 = \infty$
	$1^\infty$	<b>INDETERMINADO</b>	<b>INDETERMINADO</b>
	$\infty^0$	<b>INDETERMINADO</b>	<b>INDETERMINADO</b>
	$0^0$	<b>INDETERMINADO</b>	<b>INDETERMINADO</b>

Quando estamos ante una de las 7 indeterminaciones, no sabemos el resultado del límite: Hay que efectuar cambios hasta eliminar la indeterminación.