CONTINUIDAD (Resumen)

- **Las funciones elementales son continuas en su dominio**.
  - Son *funciones elementales* las *polinómicas*, *potenciales* (un polinomio elevado a un número real), *racionales* (cocientes de polinomios), *irracionales* (raíces de polinomios), *exponenciales*, *logarítmicas*, *trigonométricas* y sus combinaciones.
  - *No son funciones elementales*, por ejemplo, el *valor absoluto*, las *funciones definidas a trozos*, parte entera y parte decimal.

  Entonces, para calcular dónde es continua una función elemental, **averiguamos su dominio** (Ver resumen de *Representación de funciones* para recordar los pasos fundamentales de cálculo de dominios).

- Para estudiar la **continuidad de una función definida a trozos**:
  - *Para cada una de las fórmulas* que la componen, *localizamos sus discontinuidades* (puntos que no pertenecen al dominio). *Si* dichos puntos *están dentro de la zona correspondiente a la fórmula que estudiamos, son discontinuidades* de la función definida a trozos; en caso contrario, las ignoramos.
  - Para *los puntos de conexión* entre las distintas definiciones, debe *coincidir la imagen del punto con el límite por la derecha y por la izquierda* para que sea continua.

- El **valor absoluto** es una función continua. *El valor absoluto de una función continua es*, también, una función *continua*.

- **Tipos de discontinuidades** (en un punto $x = a$):
  - **Evitable**: $\exists \lim\limits_{x\to a} f(x)$ pero no coincide con $f(a)$, bien porque $\exists f(a)$ pero toma un valor distinto al del límite, o porque $\nexists f(a)$.
  - **De salto finito**: $\nexists \lim\limits_{x\to a} f(x)$ pero existen los dos límites laterales y son finitos, aunque no coinciden.
  - **Asintótica (de salto infinito)**: $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$ (infinito sin signo, con lo cual, no existe dicho límite). O, al menos, uno de los dos límites laterales vale infinito (aunque el otro sea finito). Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$, los límites laterales pueden valer infinito pero con distinto signo. Es en este último caso cuando la discontinuidad *asintótica* suele denominarse, además, *de salto infinito*.
  - **Esencial**: Cualquier otro tipo (no existe el límite, pero no porque valga infinito, sino porque no da ningún resultado).

DERIVABILIDAD (Resumen)

- Las funciones elementales se obtienen aplicando directamente las fórmulas de la *Tabla de Derivadas*.

- Las funciones definidas a trozos no son elementales. Entonces, tenemos en cuenta lo siguiente: Si una función es derivable en un punto, entonces, es continua en dicho punto. Por tanto, si una función no es continua en un punto, no puede ser derivable en él. Luego **antes de estudiar la derivabilidad hay que asegurarse de que la función es continua** (estudiando la continuidad aunque no la pidan)**. Donde no lo sea, no es derivable**.

- Para derivar una **función definida a trozos**, se deriva cada una de las fórmulas que la componen, usando la *Tabla de Derivadas*, pero limitando su validez a la misma zona con *desigualdades estrictas* (los $\leq$ se cambian por $<$, y los $\geq$ por $>$), porque dichas fórmulas son ciertas sólo en intervalos abiertos.
  Después hay que estudiar los puntos de conexión de definiciones. *Si* el límite de la función derivada por la izquierda y por la derecha coinciden: $f'(a^-) = f'(a^+)$, *la función es derivable en el punto de conexión, y entonces cambiamos uno de los dos* $\leq$ *por* $<$ *en la expresión obtenida de la derivada de* f (el punto a, al ser conexión de dos definiciones, aparece dos veces). **Pero si en algún punto no era continua la función, en ese punto no es derivable, y no hay que realizar ningún estudio sobre el mismo.**