PASOS PARA REPRESENTAR UNA FUNCIÓN (Resumen)

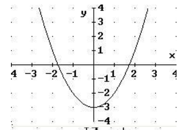
Hay que calcular muchas cosas, y tenemos poco tiempo: interesa ser concisos.

1) Dominio: Valores de *x* para los cuales hay imagen.
Se averigua según cómo es la fórmula de la función:

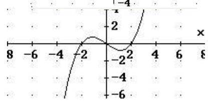
- Los puntos que *anulan los denominadores no están* en el dominio.
- Cuando hay *raíces de índice par*, el radicando debe ser *mayor o igual que cero* (hay que resolver una inecuación).
- Cuando hay *logaritmos*, *el argumento* debe ser *estrictamente mayor que cero* (hay que resolver una inecuación).
- Problemas más extraños pueden ser aquellos en los que aparece una tangente: el argumento de la tangente no puede coincidir con valores de la forma $\pi/2+k\pi$, con $k\in Z$ (es decir, $\pi/2$; $\pi/2 + \pi$; $\pi/2+2\pi$;…; $\pi/2-\pi$; …; etc.). No suelen ponerlos en Selectividad.
- Los argumentos de las funciones *arcsen* y *arccos* están entre –1 y 1.
- Si hay combinación de estas operaciones, hay que exigir todas estas condiciones y tomar los valores de *x* que las satisfacen a la vez.

1 bis) Continuidad: Las funciones elementales son continuas en su dominio, ya estudiado en el punto anterior. Las funciones que manejamos habitualmente son elementales, por lo que averiguar dónde es continua una función se reduce a calcular su dominio. No son funciones elementales las definidas a trozos, que requieren, además, estudiar los puntos de conexión de las distintas zonas de definición.

2) Par / Impar: En la ecuación de $f(x)$, se sustituye x por $-x$:



- Si $f(-x) = f(x) \Rightarrow f$ es *par* (simétrica respecto al eje vertical OY).



- Si $f(-x) = -f(x) \Rightarrow f$ es *impar* (simétrica respecto al origen O).

3) Cortes con los ejes:

- OY: Se hace $x = 0$ (¡no *y* que es el nombre del eje!) y se averigua *y* en la fórmula de la función: $y = f(x)$. O sea, se calcula $y = f(0)$ para hallar el punto de corte con OY.
- OX: Se hace $y = 0$ en la fórmula de la función, y se despeja *x*.
  <u>Trucos para despejar $f(x)$ igualado a 0</u>:
  - Si es un polinomio de grado 3 ó más igualado a cero, emplear Ruffini.
  - Si es un cociente, hay que igualar a cero el numerador. Las soluciones no pueden anular el denominador (pero esos puntos ya están excluidos del dominio).
  - Si es un paréntesis elevado a un número, se iguala a cero lo que está en el paréntesis.
  - Si es una raíz, se iguala el radicando a cero.
  - Si es un logaritmo, el argumento se iguala a 1 (porque log(1)=0).
  - Un producto vale cero si, y sólo si alguno de los factores vale 0: se iguala cada factor a 0 y se resuelven las distintas ecuaciones.
  - Una exponencial igualada a 0 no produce soluciones.

4) Asíntotas:

- **AH:** Si $\lim_{x\to\infty} f(x) = k \Rightarrow$ La *recta* $y = k$ es A.H. (Si en la expresión de *f* hay exponenciales, hay que hallar los límites en $+\infty$ y en $-\infty$. Si hay logaritmos, el <u>*argumento*</u> puede tender a $+\infty$ ó a 0^+, pero no puede tender a $-\infty$).

- **AV:** Hallamos los límites en los puntos de discontinuidad de *f*. Si en alguno de ellos $\lim_{x\to a} f(x)=\infty \quad \Rightarrow$ La *recta* $x = a$ es A.V. Si no hay puntos de discontinuidad, tampoco hay asíntotas verticales.
- **AO:** Si en $+\infty$, en $-\infty$, o en ambos, hay AH, al calcular la oblicua vuelve a salir la AH (cuando x tiende a lo que corresponda: $+\infty$, en $-\infty$, ó ∞ sin signo). Por tanto, en esos casos no procede su cálculo. En caso contrario, hallamos:

  $m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} \qquad n = \lim_{x\to\infty} \left[f(x) - mx \right]$ (*m* es lo que salió en el otro límite)

  Si ambos son finitos, la *recta* $y = mx + n$ es AO. En caso contrario, no hay.
  Si intervienen exponenciales o logarítmicas hay que diferenciar, como dijimos en AH.

5) Monotonía / Extremos relativos: Dividimos Dom(*f*) en intervalos mediante:

- Puntos de discontinuidad de *f*.
- Puntos de discontinuidad de *f* '.
- Soluciones de la ecuación $f'(x) = 0$.

Si los puntos son *a*, *b*, *c*,…, se confecciona el cuadro resultante, por ejemplo:

	$(-\infty, a)$	a	(a, b)	B	(b, c)	c	(c, d)	d	$(d, +\infty)$
f'	+	0	–	∄	–	0	–	0	+
f	↗	Máx rel.	↘	∄ Probable AV	↘	Posible P.I.	↘	mín rel	↗

Después hay que hallar las coordenadas completas de los extremos relativos.

6) Curvatura / Puntos de inflexión: Dividimos Dom(*f*) en intervalos mediante:

- Puntos de discontinuidad de *f*, f' y f''.
- Soluciones de la ecuación $f''(x) = 0$.

Si los puntos son *a*, *b*, *c*,…, se confecciona el cuadro resultante; por ejemplo:

	$(-\infty, a)$	a	(a, b)	b	$(b, +\infty)$
f'	+	0	–	∄	+
f	∪	P.I.	∩	∄ Probable AV	∪

Después hay que hallar las coordenadas completas de los puntos de inflexión.
A veces, la información obtenida con la curvatura no compensa el esfuerzo de calcularla. Por ejemplo, si la derivada es demasiado complicada o resulta una ecuación difícil de resolver, al igualar f'' a cero. En esos casos, no calcular la curvatura si no la piden. La curvatura de la gráfica (salvo los puntos de inflexión), en general, puede deducirse de los puntos anteriormente estudiados, por lo que su estudio principalmente sirve para detectar conclusiones erróneas en los mismos.

7) Trazado de la gráfica: Combinar todas las informaciones anteriores. Si hay contradicciones, nos hemos equivocado en algo y hay que repasar.