IES Fernando de Herrera **Curso 2017 / 18**

Tercer trimestre – Observación evaluable escrita nº 1 – 2º Bach CCSS

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones puede penalizarse con hasta 1 punto** o la **anulación** en caso de usar tinta corregible.

1) Un examen consta de una parte teórica y una parte práctica. La probabilidad de que se apruebe la parte teórica es 0.7 y la de que se apruebe la parte práctica, 0.75. Se sabe que el 50% de los alumnos ha aprobado ambas.
   a) Calcular la probabilidad de aprobar alguna de las dos partes. *(0.7 puntos)*
   b) Calcular la probabilidad de aprobar la parte práctica sabiendo que no se ha aprobado la parte teórica. *(0.8 puntos)*
   c) ¿Son independientes los sucesos "aprobar parte teórica" y "aprobar parte práctica? *(1 punto)*

2) En una primera bolsa se han colocado 4 bolas blancas y 3 negras, y en una segunda bolsa 3 blancas y 5 negras. Se saca una bola de la primera y, sin verla, se introduce en la segunda. A continuación se saca una bola de la segunda. Halle la probabilidad de que:
   a) La bola extraída de la segunda bolsa sea negra. *(1 punto)*
   b) La bola extraída de la primera bolsa sea negra, si sabemos que la bola extraída de la segunda ha sido blanca. *(1,5 puntos)*

3) a) Una caja contiene 12 bombillas, de las cuales 4 están fundidas. Se eligen, al azar y con reemplazamiento, tres bombillas de esa caja. Calcule la probabilidad de que ninguna de las tres bombillas esté fundida. *(1 punto)*
   b) En un aula de informática hay 20 puestos de ordenador. De ellos, 10 son compartidos y otros 10 son individuales. De los puestos compartidos, hay 3 en los que el ordenador no funciona y de los individuales hay 2 en los que el ordenador no funciona. Si se elige al azar un puesto en el que funciona el ordenador, ¿cuál es la probabilidad de que sea compartido? *(1.5 puntos)*

4) a) En un club privado con 243 usuarios se ha seleccionado una muestra para hacer un sondeo, según la actividad realizada y por muestreo aleatorio estratificado. En esa muestra, 5 usuarios practican Yoga, 7 Pilates y 15 Mantenimiento. ¿Cuántos usuarios están inscritos en cada actividad en ese club? *(1 punto)*
   b) Una población tiene 5 elementos. Mediante muestreo aleatorio simple se seleccionan muestras de tamaño 3, siendo la desviación típica de sus medias 2 y la media de las medias muestrales 7. ¿Cuánto valen la media y la varianza de la población? *(1 punto)*
   c) La altura de los estudiantes de 2^{o} de bachillerato de un centro sigue una ley Normal de media 165 cm y desviación típica 10 cm. ¿Qué distribución sigue la altura media de las muestras de tamaño 25? *(0,5 puntos)*

SOLUCIONES

1) Un examen consta de una parte teórica y una parte práctica. La probabilidad de que se apruebe la parte teórica es 0.7 y la de que se apruebe la parte práctica, 0.75. Se sabe que el 50% de los alumnos ha aprobado ambas.

a) Calcular la probabilidad de aprobar alguna de las dos partes. *(0.7 puntos)*

Nombremos los sucesos:

T = aprobar la parte teórica
P = aprobar la parte práctica

Sabemos que: $P(T) = 0.7$ $P(P) = 0.75$ $P(T \cap P) = 0.5$

Y nos piden (aprobar alguna de las dos partes es aprobar una *ó* aprobar otra, es decir, la *unión*):

$$\boxed{P(T \cup P) =} P(T) + P(P) - P(T \cap P) = 0.7 + 0.75 - 0.5 = \boxed{0.95}$$

b) Calcular la probabilidad de aprobar la parte práctica sabiendo que no se ha aprobado la parte teórica. *(0.8 puntos)*

Eso es:

$$\boxed{P(P / T^C) =} \frac{P(P \cap T^C)}{P(T^C)} = \frac{P(P - T)}{1 - P(T)} = \frac{P(P) - P(P \cap T)}{1 - P(T)} =$$
$$= \frac{0.75 - 0.5}{1 - 0.7} = \boxed{\frac{5}{6} \approx 0.8333}$$

c) ¿Son independientes los sucesos "aprobar parte teórica" y "aprobar parte práctica? *(1 punto)*

Una de las formas de verlo es que serán independientes si, y sólo si

$$P(T \cap P) = P(T) \cdot P(P) \Leftrightarrow 0.5 = 0.7 \cdot 0.75 \Leftrightarrow 0.5 = 0.525$$

Y como esa igualdad es falsa, $\boxed{\text{no son independientes}}$.

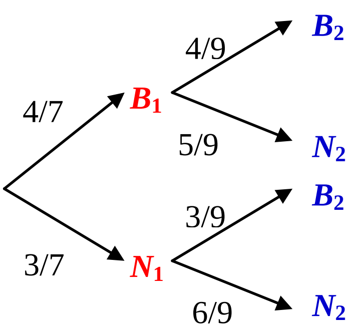
Otra forma es que serán independientes si y sólo si P y T^C lo son. Como, del apartado anterior sabemos que $P(P / T^C) = \dfrac{5}{6} \neq P(P) = 0.7$, no son independientes.

2) En una primera bolsa se han colocado 4 bolas blancas y 3 negras, y en una segunda bolsa 3 blancas y 5 negras. Se saca una bola de la primera y, sin verla, se introduce en la segunda. A continuación se saca una bola de la segunda. Halle la probabilidad de que:

a) La bola extraída de la segunda bolsa sea negra. *(1 punto)*

Tenemos dos experimentos aleatorios sucesivos y dependientes (las probabilidades del segundo cambian según los resultados del primero). Nombremos los sucesos:

$B_i \equiv$ "*salir blanca en la bolsa* i (i = 1 ó 2)"
$N_i \equiv$ "*salir negra en la bolsa* i (i = 1 ó 2)"



Según los datos del problema, construimos el árbol adjunto. Y usando el *Teorema de la Probabilidad Total*, tenemos:

$$\boxed{P(N_2) =} \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{9} + \frac{3}{7} \cdot \frac{6}{9} = \frac{38}{63} \approx 0.6032$$

b) La bola extraída de la primera bolsa sea negra, si sabemos que la bola extraída de la segunda ha sido blanca. *(1,5 puntos)*
Usando la *Fórmula de Bayes* o, simplemente, el *Axioma de la Probabilidad Condicionada*:

$$\boxed{P(N_1/B_2) =} \frac{P(N_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{9}}{1-\frac{38}{63}} = \boxed{\frac{9}{25} = 0.36}$$

puesto que el suceso B_2 es el opuesto de N_2, cuya probabilidad se había calculado en el apartado anterior.

3) a) Una caja contiene 12 bombillas, de las cuales 4 están fundidas. Se eligen, al azar y con reemplazamiento, tres bombillas de esa caja. Calcule la probabilidad de que ninguna de las tres bombillas esté fundida. *(1 punto)*
Con reemplazamiento significa que la bombilla se devuelve, tras cada extracción, a la caja. De esta forma, la probabilidad de extraer una bombilla no fundida es, siempre, la misma: $p = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.
Cada vez que se extrae una bombilla estamos ante un experimento de Bernoulli, porque sólo hay dos posibles resultados: *no está fundida* ("éxito", porque nos estamos fijando en cuántas hay no fundidas) o *si lo está* ("fracaso"). Como las 3 extracciones son experimentos independientes, la variable aleatoria X = *nº de bombillas no fundidas en la serie de 3 bombillas extraídas* es una binomial:

$$X \sim \mathrm{B}(3; 2/3)$$

Por tanto:

$$\boxed{P(X = 3) =} \binom{3}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^0 = \boxed{\frac{8}{27} \approx 0.2963}$$

Otra forma de resolverlo sería teniendo en cuenta que los sucesos son independientes. Y llamando N_i al suceso "no estar fundida la bombilla de la extracción i":

$$P(N_1 \cap N_2 \cap N_3) = \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{8}{27} \approx 0.2963$$

b) En un aula de informática hay 20 puestos de ordenador. De ellos, 10 son compartidos y otros 10 son individuales. De los puestos compartidos, hay 3 en los que el ordenador no funciona y de los individuales hay 2 en los que el ordenador no funciona. Si se elige al azar un puesto en el que funciona el ordenador, ¿cuál es la probabilidad de que sea compartido? *(1.5 puntos)*
Esta cuestión puede resolverse mediante un árbol, donde la primera fase sería elegir un ordenador al azar y que sea C = "compartido" o su contrario I = "individual" y, en la segunda fase, que el ordenador F = "funciona" o F^C = "no funciona". Pero como tenemos los números exactos de individuos en cada estrato, es más cómodo usar una *tabla de contingencia*:

	C	I	Total
F	7	8	15
F^c	3	2	5
Total	10	10	20

Lo que nos piden es un ordenador elegido al azar de entre los que funcionan. En total, de la tabla vemos que hay 15 que funcionan. De ellos, 7 son compartidos. Por tanto, por la Regla de Laplace, la probabilidad de que el ordenador sea compartido sabiendo que funciona es:

$$\boxed{P(C/F)=\frac{7}{15}\approx 0.4667}$$

4) a) En un club privado con 243 usuarios se ha seleccionado una muestra para hacer un sondeo, según la actividad realizada y por muestreo aleatorio estratificado. En esa muestra, 5 usuarios practican Yoga, 7 Pilates y 15 Mantenimiento. ¿Cuántos usuarios están inscritos en cada actividad en ese club? *(1 punto)*

El muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional funciona como un reparto proporcional, y la regla de tres es herramienta suficiente para su resolución. Así:

	Población	*Muestra*
Yoga	x	5
Pilates	y	7
Mantenimiento	z	15
Total	243	27

- Yoga:
$$\left.\begin{array}{ccc} \textit{Población} & & \textit{Muestra} \\ x & \to & 5 \\ 243 & \to & 27 \end{array}\right\} \Rightarrow x=\frac{243}{27}5=45 \text{ usuarios}$$

- Pilates:
$$\left.\begin{array}{ccc} \textit{Población} & & \textit{Muestra} \\ y & \to & 7 \\ 243 & \to & 27 \end{array}\right\} \Rightarrow x=\frac{243}{27}7=63 \text{ usuarios}$$

- Mantenim.:
$$\left.\begin{array}{ccc} \textit{Población} & & \textit{Muestra} \\ z & \to & 15 \\ 243 & \to & 27 \end{array}\right\} \Rightarrow z=\frac{243}{27}15=135 \text{ usuarios}$$

Así, en la población (el club completo) hay 45 usuarios en Yoga, 63 en Pilates y 135 en Mantenimiento. Observar que $45+63+135=243$.

b) Una población tiene 5 elementos. Mediante muestreo aleatorio simple se seleccionan muestras de tamaño 3, siendo la desviación típica de sus medias 2 y la media de las medias muestrales 7. ¿Cuánto valen la media y la varianza de la población? *(1 punto)*

Sea X es la variable aleatoria que proporciona el resultado de una realización del experimento aleatorio principal, esto es, la extracción de un elemento de la población al azar. La población consta de $N=5$ elementos, siendo μ la media poblacional y σ la desviación típica poblacional.

Se extraen muestras de tamaño $n=3$ por muestreo aleatorio simple. La obtención de la media de cada una de esas muestras es un nuevo experimento aleatorio y su resultado, que es numérico, una nueva variable aleatoria: $\bar{x}$. La media de esta nueva variable aleatoria es $\mu_{\bar{x}}$ y la desviación típica, $\sigma_{\bar{x}}$.

Sabemos que la relación entre ellas es:

$$\mu_{\bar{x}} = \mu \qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

El problema nos dice que $\mu_{\bar{x}} = 7$ y $\sigma_{\bar{x}} = 2$. Por tanto:

$$\boxed{\mu =} \mu_{\bar{x}} = \boxed{7}$$

$$2 = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad \sigma = 2\sqrt{3}$$

Pero no piden la desviación típica de la población, sino su varianza, que es el cuadrado de la desviación típica. Consiguientemente:

$$\boxed{\sigma^2 =} (2\sqrt{3})^2 = 2^2 (\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = \boxed{12}$$

c) La altura de los estudiantes de 2º de bachillerato de un centro sigue una ley Normal de media 165 cm y desviación típica 10 cm. ¿Qué distribución sigue la altura media de las muestras de tamaño 25? *(0,5 puntos)*

Sabemos que si X sigue una distribución normal: $X \in N(\mu;\ \sigma)$, entonces, $\bar{x} \in N\left(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Siendo X = "altura de un estudiante de 2º de Bachillerato" (elegido al azar), nos dicen que $X \sim N(165, 10)$. Por tanto:

$$\bar{x} \sim N\left(165;\ \frac{10}{\sqrt{25}}\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\bar{x} \sim N(165;\ 2)}$$

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones puede penalizarse con hasta 1 punto** o la **anulación** en caso de usar tinta corregible.

1) Una persona lanza dos veces consecutivas un dado equilibrado, con las caras numeradas del 1 al 6.
   a) Determine el número de resultados del espacio muestral de este experimento aleatorio. *(0.5 puntos)*
   b) Sea A el suceso "*la mayor de las puntuaciones obtenidas es menor que* 4" y B el suceso "*la primera puntuación es impar*". Halle la probabilidad de A y la de B. *(1.5 puntos)*
   c) ¿Son independientes A y B?

2) a) En un centro docente la tercera parte de los alumnos estudia el idioma A, la mitad, el idioma B y el resto, el idioma C (cada alumno estudia sólo uno de estos idiomas). Se desea seleccionar una muestra con 14 alumnos del idioma A mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional al número de los alumnos de cada idioma. ¿Cómo debería estar conformada la muestra y cuándos alumnos la componen en total? *(1 punto)*
   b) El cociente intelectual de los alumnos de un centro educativo se distribuye según una ley Normal de media 110 y desviación típica 15. Se extrae una muestra aleatoria simple de 25 alumnos ¿Cuál es la probabilidad de que la media del cociente intelectual de los alumnos de esa muestra sea superior a 113? *(1.5 ptos)*

3) El tiempo que los españoles dedican a ver la televisión los domingos es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica 75 minutos. Elegida una muestra aleatoria de españoles se ha obtenido, para la media de esa distribución, el intervalo de confianza $(188.18,\ 208.82)$, con un nivel del 99%.
   a) Calcule la media muestral y el tamaño de la muestra. *(1.5 puntos)*
   b) Calcule el error máximo permitido si se hubiese utilizado una muestra de tamaño 500 y un nivel de confianza del 96%. *(1 punto)*

4) Para estimar la proporción de balances contables incorrectos de un banco, se seleccionan aleatoriamente 200 balances, y se encuentra que 19 de ellos son incorrectos.
   a) Obtenga un intervalo de confianza, al 95%, para la proporción de balances incorrectos. *(1.5 puntos)*
   b) ¿Cuántos balances de deberán seleccionar para que, con un nivel de confianza del 99%, el error de la estimación no sea superior a 0.02? *(1 punto)*

SOLUCIONES

1) Una persona lanza dos veces consecutivas un dado equilibrado, con las caras numeradas del 1 al 6.

a) Determine el número de resultados del espacio muestral de este experimento aleatorio. *(0.5 puntos)*

El primer lanzamiento puede producir 6 resultados diferentes. Por cada uno de ellos, el segundo puede producir, igualmente, 6 resultados. En total, los dos lanzamientos producen $6 \cdot 6 = 36$ resultados distintos.

De otra forma: los resultados de los dos lanzamientos se diferencian, unos de otros, en el orden (no es lo mismo un 3 en el primer dado y un 5 en el segundo que a la inversa) y se pueden repetir. Por tanto, son *variaciones con repetición* de 6 elementos (l, 2, 3, 4, 5, 6) tomados de dos en dos:

$$VR_{6,2} = 6^2 = \boxed{36 \text{ resultados distintos}}$$

b) Sea A el suceso "*la mayor de las puntuaciones obtenidas es menor que 4*" y B el suceso "*la primera puntuación es impar*". Halle la probabilidad de A y la de B. *(1.5 puntos)*

Si el *espacio muestral* es $E = \{(1,1), (1,2), \dots (1,6), (2,1), \dots, (6,6)\}$, se tiene:

$$A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)\}$$

$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (3,1), (3,2), \dots, (3,6), (5,1), \dots, (5,6)\}$$

Por tanto, por *Laplace*:

$$\boxed{P(A) =} \frac{9}{36} = \boxed{\frac{1}{4}} \qquad \boxed{P(B) =} \frac{18}{36} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

c) ¿Son independientes A y B?

$$A \cap B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (3,1), (3,2), (3,3)\}$$

Por lo que:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{6}{36}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{2 \cdot 1}{6 \cdot 1} = \frac{1}{3}$$

Como $P(A) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(A/B) \neq P(A) \Rightarrow$ $\boxed{\text{No son independientes}}$.

2) a) En un centro docente la tercera parte de los alumnos estudia el idioma A, la mitad, el idioma B y el resto, el idioma C (cada alumno estudia sólo uno de estos idiomas). Se desea seleccionar una muestra con 14 alumnos del idioma A mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional al número de los alumnos de cada idioma. ¿Cómo debería estar conformada la muestra y cuándos alumnos la componen en total? *(1 punto)*

El muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional es equivalente a un reparto proporcional y puede resolverse mediante reglas de tres directas simples. Así:

	Población	*Muestra*
A	1/3	14
B	1/2	*x*
C	1/6	*y*
Total	1	*n*

Como 1/3 de n son 14: $\frac{1}{3}n = 14 \Rightarrow n = 14 \cdot 3 = \boxed{\text{42 alumnos componen la muestra}}$.

$$x = \frac{1}{2}42 = \boxed{\text{21 alumnos son de } B}.$$

$$y = \frac{1}{6}42 = \boxed{\text{7 alumnos son de } C}.$$

Observar que 14 + 21 + 7 = 42.

b) El cociente intelectual de los alumnos de un centro educativo se distribuye según una ley Normal de media 110 y desviación típica 15. Se extrae una muestra aleatoria simple de 25 alumnos ¿Cuál es la probabilidad de que la media del cociente intelectual de los alumnos de esa muestra sea superior a 113? *(1.5 ptos)*

Sea X = *cociente intelectual de un alumno del centro* (*al azar*). Sabemos:

$$X \sim N(110; 15)$$

Un teorema permite garantizar que si $X \sim N(\mu; \sigma) \Rightarrow \bar{x} \sim N\left(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$. Por tanto, en nuestro caso: $\boxed{\bar{x} \sim} N\left(110; \frac{15}{\sqrt{25}}\right) = \boxed{N(110; 3)}$.

Consiguientemente, tipificando y buscando en las tablas de la N(0;1):

$$\boxed{P(\bar{x} > 113) =} P\left(Z > \frac{113-110}{3}\right) = P(Z > 1) = 1 - P(Z \le 1) = \boxed{0.1587}$$

3) El tiempo que los españoles dedican a ver la televisión los domingos es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica 75 minutos. Elegida una muestra aleatoria de españoles se ha obtenido, para la media de esa distribución, el intervalo de confianza (188.18, 208.82), con un nivel del 99%.

a) Calcule la media muestral y el tamaño de la muestra. *(1.5 puntos)*

<u>El intervalo de confianza se puede construir de forma exacta porque los datos proceden de una población Normal</u>, y se calcula mediante la fórmula:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (188.18, 208.82)$$

La media muestral es el centro del intervalo:

$$\boxed{\bar{x} =} \frac{188.18 + 208.82}{2} = \boxed{\text{198.5 minutos}}$$

pues tanto la media como la desviación típica se miden en las mismas unidades que la variable aleatoria a la que afectan.

Por otro lado, sabemos que $\sigma = 75$. Y como $1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow \alpha = 0.01 \Rightarrow$ Si $P(Z \le z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0.01/2 = 0.995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.575$. Por tanto:

$$z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 208.82 - 198.5 = 10.32 \Rightarrow 2.575\frac{75}{\sqrt{n}} = 10.32 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2.575 \cdot 75}{10.32} = \sqrt{n} \Rightarrow n = \left(\frac{2.575 \cdot 75}{10.32}\right)^2 = 350.20$$

Es de suponer que $\boxed{n = 350}$, pues el tamaño muestral no puede ser decimal. Los decimales que se obtienen se deben a que los extremos del intervalo de confianza deben haberse obtenido por redondeo.

b) Calcule el error máximo permitido si se hubiese utilizado una muestra de tamaño 500 y un nivel de confianza del 96%. *(1 punto)*

Si $1 - \alpha = 0.96 \Rightarrow \alpha = 0.04 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.98 \Rightarrow$ Si $P(Z \le z_{\alpha/2}) = 0.98 \Rightarrow$ $z_{\alpha/2} = 2.055$. Por tanto, el error máximo es:

$$\boxed{E =}\ z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.055\frac{75}{\sqrt{500}} \approx \boxed{6.89}.$$

4) Para estimar la proporción de balances contables incorrectos de un banco, se seleccionan aleatoriamente 200 balances, y se encuentra que 19 de ellos son incorrectos.

a) Obtenga un intervalo de confianza, al 95%, para la proporción de balances incorrectos. *(1.5 puntos)*

El intervalo de confianza para la proporción poblacional se puede obtener en virtud del Teorema Central del Límite, porque $n = 200 \ge 30$.

Tenemos que $\hat{p} = \frac{19}{200}$, $n = 200$. Y como $1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.975 \Rightarrow$ Si $P(Z \le z_{\alpha/2}) = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$. Por tanto, el intervalo pedido es:

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) =$$

$$= \left(\frac{19}{200} - 1.96\sqrt{\frac{\frac{19}{200}\left(1-\frac{19}{200}\right)}{200}},\ \frac{19}{200} + 1.96\sqrt{\frac{\frac{19}{200}\left(1-\frac{19}{200}\right)}{200}}\right) =$$

$$= \boxed{(0.05436,\ 0.1356)}$$

b) ¿Cuántos balances de deberán seleccionar para que, con un nivel de confianza del 99%, el error de la estimación no sea superior a 0.02? *(1 punto)*

Si $1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow \alpha = 0.01 \Rightarrow$ Si $P(Z \le z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0.01/2 = 0.995$ $\Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.575$. Hay que resolver el problema suponiendo que se obtiene la misma proporción muestral $\hat{p} = \frac{19}{200}$. Entonces:

$$\mathrm{E} = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \Rightarrow 2.575\sqrt{\frac{\frac{19}{200}\left(1-\frac{19}{200}\right)}{n}} \le 0.02 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2.575^2\frac{\frac{19}{200}\left(1-\frac{19}{200}\right)}{n} \le 0.02^2 \Rightarrow 2.575^2\frac{\frac{19}{200}\left(1-\frac{19}{200}\right)}{0.02^2} \le n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \ge 1425.17 \Rightarrow \boxed{n = 1426}.$$

Porque ése es el primer número natural mayor que 1425.17, y el tamaño muestral debe ser un número natural.