IES Fernando de Herrera **Curso 2016 / 17**

Segunda evaluación - Prueba de observación continua escrita nº 1 – 2º ESO

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **calculadora**. No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **<u>Desatender las instrucciones será penalizado</u>**.

1) Realizar las siguientes operaciones: *(3 puntos)*

a) $3\cdot 5|2-4\cdot 7|-(-2)(6\cdot 7-4\cdot 8)$

b) $$\frac{\dfrac{-27}{64}\,\dfrac{32}{81}+81\dfrac{5}{54}}{7\dfrac{3}{14}}$$

c) $$\frac{-(-36)^{58}}{8^{38}(-3)^{117}}$$

2) Hallar mcm y mcd del conjunto de números: 40, 72, 108. *(1 punto)*

3) Un artículo costaba 79€, pero hemos pagado 59,25€ por él, porque estaba de rebajas. ¿Cuál es el tanto por ciento de descuento que nos han hecho? *(1 punto)*

4) Un fondo de inversión subió el primer año un 12%, el segundo descendió un 8% y el tercero subió un 5%. ¿En qué tanto por ciento ha variado desde el inicio? *(1 punto)*

5) Ocho bombas de agua iguales llenan un depósito en 6 días. ¿Cuántas bombas iguales precisaríamos para llenarlo en sólo 4 días? *(1 punto)*

6) Ocho bombas de agua iguales evacuan 4 m^3 por minuto. ¿Cuántas bombas iguales precisaríamos para evacuar 6 m^3 por minuto? *(1 punto)*

7) Tres socios invierten 200€, 300€ y 500€ en un negocio, del que obtienen un beneficio neto de 1500€. ¿Cómo deben repartirse dicho beneficio, de forma que cada uno reciba proporcionalmente a lo invertido? *(1 punto)*

8) Dados los polinomios $P(x) = -3x^4 + 2x^3 - 7x$ y $Q(x) = 2x^3 + 3x - 2$, efectuar $P(x)Q(x)$ ordenándolo, y decir el grado del polinomio resultante. *(1 punto)*

SOLUCIONES

1) Realizar las siguientes operaciones: *(3 puntos)*

a) $3\cdot 5|2-4\cdot 7|-(-2)(6\cdot 7-4\cdot 8)$

$$3\cdot 5|2-4\cdot 7|-(-2)(6\cdot 7-4\cdot 8)=15\cdot|2-28|+2(42-32)=$$
$$=15\,|-26|+2\cdot 10=15\cdot 26+20=\boxed{410}$$

b) $\dfrac{-\frac{27}{64}\frac{32}{81}+81\frac{5}{54}}{7\frac{3}{14}}$

$$\frac{-\frac{27}{64}\frac{32}{81}+81\frac{5}{54}}{7\frac{3}{14}}=\frac{-\frac{1}{2}\frac{1}{3}+3\frac{5}{2}}{1\frac{3}{2}}=\frac{-\frac{1}{6}+\frac{15}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{-\frac{1}{6}+\frac{45}{6}}{\frac{3}{2}}=\frac{\frac{44}{6}}{\frac{3}{2}}=$$
$$=\frac{44\cdot 2}{3\cdot 6}=\frac{44\cdot 1}{3\cdot 3}=\boxed{\frac{44}{9}}$$

c) $\dfrac{-(-36)^{58}}{8^{38}(-3)^{117}}$

$$\frac{-(-36)^{58}}{8^{38}(-3)^{117}}=\frac{-36^{58}}{8^{38}(-3^{117})}=\frac{-36^{58}}{-8^{38}3^{117}}=\frac{36^{58}}{8^{38}3^{117}}=\frac{(2^2 3^2)^{58}}{(2^3)^{38}3^{117}}=$$
$$=\frac{(2^2)^{58}(3^2)^{58}}{2^{114}3^{117}}=\frac{2^{116}3^{116}}{2^{114}3^{117}}=\frac{2^{116-114}}{3^{117-116}}=\boxed{\frac{2^2}{3}=\frac{4}{3}}$$

2) Hallar mcm y mcd del conjunto de números: 40, 72, 108. *(1 punto)*

$$40=2^3 5;\quad 72=2^3 3^2;\quad 108=2^2 3^3\ \Rightarrow$$
$$\boxed{\text{mcm}(40,72,108)=2^3 3^3 5=1080;\quad \text{mcd}(40,72,108)=2^2=4}$$

3) Un artículo costaba 79€, pero hemos pagado 59,25€ por él, porque estaba de rebajas. ¿Cuál es el tanto por ciento de descuento que nos han hecho? *(1 punto)*

El descuento ha sido de 79 – 59,25 = 19,75€, sobre un total de 79€ que costaba. En tantos por ciento:

$$\%=\frac{Parte}{Total}100=\frac{19{,}75}{79}100=\frac{1975}{79}=\boxed{25\%}$$

4) Un fondo de inversión subió el primer año un 12%, el segundo descendió un 8% y el tercero subió un 5%. ¿En qué tanto por ciento ha variado desde el inicio? *(1 punto)*

Si el capital invertido era x, al final del primer año se valoraba en $x\cdot 1{,}12$ ya que ha aumentado un 12%, por lo que el *coeficiente de aumento* es 1 + 12/100 = 1 + 0,12 = 1,12.

Ese capital descendió un 8%. El *coeficiente de disminución porcentual* es 1 – 8/100 = 1 – 0,08 = 0,92. Por tanto, la valoración era de $x\cdot 1{,}12\cdot 0{,}92$.

Finalmente, subió un 5%, lo que corresponde a un *índice de aumento porcentual* del 1 + 5/100 = 1 + 0,05 = 1,05. Por tanto, la valoración final es:

$$x\cdot 1{,}12\cdot 0{,}92\cdot 1{,}05=x\cdot 1{,}08192$$

Como 1,08192 es mayor que 1, se trata de un *índice de aumento porcentual*, y no de *disminución*, que hubiera sido si dicho valor fuese menor que 1. El *tanto por uno* de variación es, entonces:

$$1{,}08192 - 1 = 0{,}08192$$

que multiplicado por 100 nos dice el $\boxed{\text{tanto por ciento de aumento: } 8{,}192\%}$. Si hubiese sido una *disminución* (menor que 1), calcularíamos 1 – *índice de disminución porcentual*.

5) Ocho bombas de agua iguales llenan un depósito en 6 días. ¿Cuántas bombas iguales precisaríamos para llenarlo en sólo 4 días? *(1 punto)*
Las magnitudes que se relacionan son el número de bombas y el número de días. A doble número de bombas, el depósito se llenará en la mitad de días, por lo que las magnitudes son inversamente proporcionales. Mediante una *regla de 3 inversa*:

$$\begin{array}{ccc} \textit{Bombas} & & \textit{Días} \\ 8 & \to & 6 \\ x & \to & 4 \end{array} \Big\} \Rightarrow 8\cdot 6 = 4\cdot x \Rightarrow x = \frac{8\cdot 6}{4} = \frac{2\cdot 6}{1} = \boxed{12 \text{ bombas}}$$

6) Ocho bombas de agua iguales evacuan 4 m^3 por minuto. ¿Cuántas bombas iguales precisaríamos para evacuar 6 m^3 por minuto? *(1 punto)*
Las magnitudes que se relacionan son el número de bombas y el caudal de agua. A doble número de bombas, el caudal será el doble, por lo que las magnitudes son directamente proporcionales. Mediante una *regla de 3 directa*:

$$\begin{array}{ccc} \textit{Bombas} & & \textit{Caudal} \\ 8 & \to & 4 \\ x & \to & 6 \end{array} \Big\} \Rightarrow \frac{8}{4} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = \frac{8\cdot 6}{4} = \boxed{12 \text{ bombas}}$$

7) Tres socios invierten 200€, 300€ y 500€ en un negocio, del que obtienen un beneficio neto de 1500€. ¿Cómo deben repartirse dicho beneficio, de forma que cada uno reciba proporcionalmente a lo invertido? *(1 punto)*

	Inversión	Beneficio
Socio *A*	200	*x*
Socio *B*	300	*y*
Socio *C*	500	*z*
Total	1000	1500

Se trata de un *reparto directamente proporcional*.

Socio *A*: $\begin{array}{ccc} 200 & \to & x \\ 1000 & \to & 1500 \end{array} \Big\} \Rightarrow \frac{x}{200} = \frac{1500}{1000} \Rightarrow x = 200\cdot 1{,}5 = \boxed{300€}$

Socio *B*: $\begin{array}{ccc} 300 & \to & y \\ 1000 & \to & 1500 \end{array} \Big\} \Rightarrow \frac{y}{300} = \frac{1500}{1000} \Rightarrow y = 300\cdot 1{,}5 = \boxed{450€}$

Socio *C*: $\begin{array}{ccc} 500 & \to & z \\ 1000 & \to & 1500 \end{array} \Big\} \Rightarrow \frac{z}{500} = \frac{1500}{1000} \Rightarrow z = 500\cdot 1{,}5 = \boxed{750€}$

Comprobación: 300 + 450 + 750 = 1500€

8) Dados los polinomios $P(x) = -3x^4 + 2x^3 - 7x$ y $Q(x) = 2x^3 + 3x - 2$, efectuar $P(x)Q(x)$ ordenándolo, y decir el grado del polinomio resultante. *(1 punto)*

$$P(x)Q(x) = (-3x^4 + 2x^3 - 7x)\,(2x^3 + 3x - 2) =$$
$$= -6x^7 - 9x^5 + 6x^4 + 4x^6 + 6x^4 - 4x^3 - 14x^4 - 21x^2 + 14x =$$
$$= \boxed{-6x^7 + 4x^6 - 9x^5 - 2x^4 - 4x^3 - 21x^2 + 14x}. \quad \boxed{\text{Grado } 7}.$$

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **calculadora**. No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **<u>Desatender las instrucciones será penalizado</u>**.

1) Realizar las siguientes operaciones **(este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 2 puntos para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4)**: *(3 puntos)*
   a) $-3(-3^2 - 4(-9)) - (-2)\,|(-4)^2 + 7(-4)|$
   b) $$\frac{\dfrac{4}{54}\dfrac{27}{8}}{27\dfrac{4}{81} - \dfrac{27}{4}\dfrac{8}{81}}$$
   c) $\dfrac{-(-36)^{60}}{8^{41}(-3)^{119}}$ (dar el resultado final en forma de fracción simplificada).

2) Dados $P(x) = -2x^4 - 3x + 1$, y $Q(x) = -x^3 + 2x$ se pide:
   a) Calcular $P(-2)$. *(0,5 puntos)*
   b) Hallar $3P(x)Q(x)$. *(1 punto)*
   c) Decir el grado de $P(x)$. *(0,5 puntos)*
3) Extraer factor común del numerador y simplificar en consecuencia la fracción:
$$\frac{20a^{729}b^{415}c^3 + 2a^{700}b^{400} - 12a^{729}b^{415}c^2}{2a^{700}b^{400}}$$ *(1 punto)*
4) Cuatro personas van a hacer un viaje. con el dinero conseguido, tienen para 12 días. Pero quieren llevarse a dos amigos. ¿Para cuántos días tendrán con el mismo dinero y suponiendo que el precio por persona es el mismo? *(1 punto)*
5) Tres socios invierten 300€, 500€ y 800€ en un negocio, del que obtienen un beneficio neto de 4800€. ¿Cómo deben repartirse dicho beneficio, de forma que cada uno reciba de forma proporcional al dinero que invirtió? *(1 punto)*
6) Una tienda tenía 20 artículos a la venta. En un momento determinado, habían vendido 6. ¿Qué tanto por ciento de artículos habían vendido? (No hacer mediante regla de 3). *(1 punto)*
7) Un frigorífico costaba 1300€, pero tenía determinado tanto por ciento de descuento. Sobre el precio con el descuento, se le hace un 15% adicional y queda en 663€ como precio final. ¿Cuál era el tanto por ciento de descuento inicial? Y, ¿cuál es el tanto por ciento global de descuento realizado (es decir, incluyendo las dos rebajas)? *(1 punto)*

SOLUCIONES

1) Realizar las siguientes operaciones **(este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 2 puntos para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4)**: *(3 puntos)*

a) $-3(-3^2 - 4(-9)) - (-2)\,|(-4)^2 + 7(-4)|$

$$-3(-3^2 - 4(-9)) - (-2)\,|(-4)^2 + 7(-4)| = -3(-9 + 36) + 2\,|16 - 28| =$$
$$= -3 \cdot 27 + 2\,|-12| = -81 + 2 \cdot 12 = -81 + 24 = \boxed{-57}$$

b) $\dfrac{\frac{4}{54}\,\frac{27}{8}}{27\frac{4}{81} - \frac{27}{4}\,\frac{8}{81}}$

$$\frac{\frac{4}{54}\,\frac{27}{8}}{27\frac{4}{81} - \frac{27}{4}\,\frac{8}{81}} = \frac{\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}}{1 \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{1}\,\frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{4}{3} - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

c) $\dfrac{-(-36)^{60}}{8^{41}(-3)^{119}}$

$$\frac{-(-36)^{60}}{8^{41}(-3)^{119}} = \frac{-36^{60}}{8^{41}(-3^{119})} = \frac{-36^{60}}{-8^{41}3^{119}} = \frac{36^{60}}{8^{41}3^{119}} = \frac{(2^2 3^2)^{60}}{(2^3)^{41}3^{119}} =$$
$$= \frac{2^{120}3^{120}}{2^{123}3^{119}} = \frac{3^{120-119}}{2^{123-120}} = \frac{3}{2^3} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

2) Dados $P(x) = -2x^4 - 3x + 1$, y $Q(x) = -x^3 + 2x$ se pide:

a) Calcular $P(-2)$. *(0,5 puntos)*

Lo que nos piden es lo mismo que *calcular el* *valor numérico* *del polinomio* $P(x)$ *para* $x = -2$.

$$P(-2) = -2 \cdot (-2)^4 - 3(-2) + 1 = -2 \cdot 16 + 6 + 1 = -32 + 7 = \boxed{-25}$$

b) Hallar $3P(x)Q(x)$. *(1 punto)*

$$3P(x)Q(x) = 3(-2x^4 - 3x + 1)(-x^3 + 2x) =$$
$$= 3(2x^7 - 4x^5 + 3x^4 - 6x^2 - x^3 + 2x) =$$
$$= 3(2x^7 - 4x^5 + 3x^4 - x^3 - 6x^2 + 2x) =$$
$$= \boxed{6x^7 - 12x^5 + 9x^4 - 3x^3 - 18x^2 + 6x}$$

c) Decir el grado de $P(x)$. *(0,5 puntos)*

$$\text{grado}[P(x)] = \boxed{4}$$

3) Extraer factor común del numerador y simplificar en consecuencia la fracción:

$$\frac{20a^{729}b^{415}c^3 + 2a^{700}b^{400} - 12a^{729}b^{415}c^2}{2a^{700}b^{400}}$$ *(1 punto)*

$$\frac{20a^{729}b^{415}c^3 + 2a^{700}b^{400} - 12a^{729}b^{415}c^2}{2a^{700}b^{400}} = \frac{2a^{700}b^{400}(10a^{29}b^{15}c^3 + 1 - 6a^{29}b^{15}c^2)}{2a^{700}b^{400}} =$$
$$= \boxed{10a^{29}b^{15}c^3 + 1 - 6a^{29}b^{15}c^2}$$

4) Cuatro personas van a hacer un viaje. con el dinero conseguido, tienen para 12 días. Pero quieren llevarse a dos amigos. ¿Para cuántos días tendrán con el mismo dinero y suponiendo que el precio por persona es el mismo? *(1 punto)*

Las magnitudes relacionadas son *personas* (medidas en *número de personas*) y días (medidos en *número de días*). Si es doble el número de personas, con el mismo dinero tendrán para la mitad de días, supuesto que el gasto es idéntico para cada persona. Por tanto, son inversamente proporcionales y empleamos una regla de 3 inversa para resolverlo:

$$\begin{array}{ccc} \textit{Personas} & & \textit{Días} \\ 4 & \rightarrow & 12 \\ 6 & \rightarrow & x \end{array} \Big\} \Rightarrow 4\cdot 12 = 6\cdot x \Rightarrow \frac{4\cdot 12}{6} = x \Rightarrow x = \boxed{8 \text{ días}}$$

Tendrían, pues, para 8 días.

5) Tres socios invierten 300€, 500€ y 800€ en un negocio, del que obtienen un beneficio neto de 4800€. ¿Cómo deben repartirse dicho beneficio, de forma que cada uno reciba de forma proporcional al dinero que invirtió? *(1 punto)*

	Inversión	Beneficio
Socio *A*	300	x
Socio *B*	500	y
Socio *C*	800	z
Total	1600	4800

Se trata de un *reparto directamente proporcional*, pues quien invirtió el doble que otro, debe recibir el doble.

$$\underline{\text{Socio } A}: \begin{array}{ccc} 300 & \rightarrow & x \\ 1600 & \rightarrow & 4800 \end{array} \Big\} \Rightarrow \frac{x}{300} = \frac{4800}{1600} \Rightarrow x = 300\cdot 3 = \boxed{900€}$$

$$\underline{\text{Socio } B}: \begin{array}{ccc} 500 & \rightarrow & x \\ 1600 & \rightarrow & 4800 \end{array} \Big\} \Rightarrow \frac{x}{500} = \frac{4800}{1600} \Rightarrow y = 500\cdot 3 = \boxed{1500€}$$

$$\underline{\text{Socio } C}: \begin{array}{ccc} 800 & \rightarrow & x \\ 1600 & \rightarrow & 4800 \end{array} \Big\} \Rightarrow \frac{x}{800} = \frac{4800}{1600} \Rightarrow z = 800\cdot 3 = \boxed{2400€}$$

Comprobación: 900 + 1500 + 2400 = 4500€

6) Una tienda tenía 20 artículos a la venta. En un momento determinado, habían vendido 6. ¿Qué tanto por ciento de artículos habían vendido? (No hacer mediante regla de 3). *(1 punto)*

$$\% = \frac{Parte}{Total}\cdot 100 = \frac{6}{20}100 = 6\cdot 5 = \boxed{30\ \%}$$

Habían vendido el 30% de los artículos.

7) Un frigorífico costaba 1300€, pero tenía determinado tanto por ciento de descuento. Sobre el precio con el descuento, se le hace un 15% adicional y queda en 663€ como precio final. ¿Cuál era el tanto por ciento de descuento inicial? Y, ¿cuál es el tanto por ciento global de descuento realizado (es decir, incluyendo las dos rebajas)? *(1 punto)*

Sea c el *coeficiente de disminución porcentual*, que es $c = 1 - i$, siendo i el tanto por uno (tanto por ciento dividido entre 100) de descuento que buscamos. Después de la primera rebaja, el frigorífico costaba, entonces:

$$1300c$$

A este precio le hacen el 15% de descuento. El *coeficiente de disminución porcentual* correspondiente es $1 - 0{,}15 = 0{,}85$. Y sabemos el resultado final: 663€. Por tanto:

$$1300 \cdot c \cdot 0{,}85 = 663 \Rightarrow 1105c = 663 \Rightarrow c = \frac{663}{1105} = 0{,}6$$

Si 0,6 es el *coeficiente de disminución porcentual* correspondiente, el tanto por uno de descuento era de $1 - 0{,}6 = 0{,}4 \Rightarrow$ El tanto por ciento es $0{,}4 \cdot 100 = \boxed{40\%}$

Otra forma de hacerlo sería la siguiente. Es lo mismo hacer primero el tanto por ciento de descuento desconocido y luego el 15% que hacer primero el 15% y luego el otro. Si procedemos de esta última forma, el frigorífico, tras el 15% de descuento pasa a valer:

$$1300 \cdot 0{,}85 = 1105$$

A este precio se le hace el tanto por ciento desconocido de descuento. Y cuesta 663. Es decir, que se descuentan $1105 - 663 = 442$€. Entonces, dicho descuento supone el:

$$\% = \frac{Parte}{Total} \cdot 100 = \frac{442}{1105} 100 = \frac{44200}{1105} = \boxed{40\ \%}$$

Por último, el descuento global realizado no es $40 + 15 = 65$, sino, trabajando con *coeficientes de disminución porcentual*:

$$0{,}6 \cdot 0{,}85 = 0{,}51 \Rightarrow \text{tanto por uno de descuento} = 1 - 0{,}51 = 0.49 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \text{\% de descuento global: } \boxed{49\%}.$$

Otra forma de calcularlo es, al igual que antes, teniendo en cuenta que el % no es más que la proporción (*Parte / Total*) multiplicada por cien:

$$\text{Descuento global} = 1300 - 663 = 637 \Rightarrow \% = \frac{Parte}{Total} \cdot 100 = \frac{637}{1300} 100 = \boxed{49\%}$$

y se sigue apreciando que no coincide con la suma de los porcentajes de descuento sucesivos $40 + 15 = 65$.

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **calculadora**. No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones será penalizado**.

1) Realizar las siguientes operaciones **(este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 2 puntos para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4)**: *(3 puntos)*
   a) $-2\,|6(-8)-8(-4)|-3\,[7(-6)-9(-4)]$
   b) $\dfrac{6-\frac{9}{4}}{256\frac{125}{128}\frac{1}{250}-\frac{250}{100}}$
   c) $\dfrac{(-6)^{200}(-9)^{201}}{(-18)^{301}}$
2) Extraer factor común en numerador y denominador y simplificar en consecuencia:
$$\frac{14a^3b^4c^2+7a^2b^2-21a^2b^3c^2}{7a^2b^2-21a^2b^3c^2}$$ *(1 punto)*
3) Un artículo aumentó su precio un 30% en enero. Al nuevo precio se le aplicó un descuento del 30%. ¿Qué tanto por ciento de aumento o de descuento tenía el precio final respecto del inicial? *(1 punto)*
4) Aplicando las fórmulas conocidas como *identidades notables*, desarrollar las siguientes expresiones:
   a) $(-2a^2+b)^2$ *(0,5 puntos)*
   b) $(-a^3-3a)^2$ *(0,5 puntos)*
   c) $(-a^2+b)(a^2+b)$ *(0,5 puntos)*
5) Resolver la ecuación: $\dfrac{x}{4}-2\dfrac{3-x}{3}=-9-\dfrac{5x}{6}$ *(1 punto)*
6) Resolver el sistema: $\left.\begin{array}{r}-2x+3y=8\\4x-5y=-14\end{array}\right\}$ *(1,5 puntos)*
7) Un grupo de personas hace un viaje. Un tercio de ellas son de Sevilla, un sexto, de Cádiz y el resto, que son 27, de Huelva. ¿Cuántas personas van de viaje? (Resolverlo mediante una ecuación). *(1 punto)*

SOLUCIONES

1) Realizar las siguientes operaciones **(este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 2 puntos para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4)**: *(3 puntos)*

a) $-2\,|6(-8) - 8(-4)| - 3\,[7(-6) - 9(-4)]$

$$-2\,|6(-8) - 8(-4)| - 3\,[7(-6) - 9(-4)] = -2\,|-48 + 32| - 3\,(-42 + 36) =$$
$$= -2\,|-16| - 3\,(-6) = -2\cdot 16 + 18 = -32 + 18 = \boxed{-14}$$

b) $\dfrac{6 - \dfrac{9}{4}}{256\dfrac{125}{128}\dfrac{1}{250} - \dfrac{250}{100}}$

$$\frac{6 - \frac{9}{4}}{256\frac{125}{128}\frac{1}{250} - \frac{250}{100}} = \frac{\frac{24}{4} - \frac{9}{4}}{2\frac{1}{1}\frac{1}{2} - \frac{5}{2}} = \frac{\frac{15}{4}}{1 - \frac{5}{2}} = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{2-5}{2}} = \frac{\frac{15}{4}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{\frac{15}{4}}{\frac{3}{2}} =$$
$$= -\frac{15\cdot 2}{3\cdot 4} = -\frac{5\cdot 1}{1\cdot 2} = \boxed{-\frac{5}{2}}$$

c) $\dfrac{(-6)^{200}(-9)^{201}}{(-18)^{301}}$

$$\frac{(-6)^{200}(-9)^{201}}{(-18)^{301}} = \frac{6^{200}(-9^{201})}{-18^{301}} = \frac{-6^{200}9^{201}}{-18^{301}} = \frac{6^{200}9^{201}}{18^{301}} = \frac{(2\cdot 3)^{200}(3^2)^{201}}{(2\cdot 3^2)^{301}} =$$
$$= \frac{2^{200}3^{200}3^{402}}{2^{301}3^{602}} = \frac{3^{200+402}}{2^{301-200}3^{602}} = \frac{3^{602}}{2^{101}3^{602}} = \boxed{\frac{1}{2^{101}}}$$

2) Extraer factor común en numerador y denominador y simplificar en consecuencia:

$$\frac{14a^3b^4c^2 + 7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2}{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2}$$ *(1 punto)*

$$\frac{14a^3b^4c^2 + 7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2}{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2} = \frac{7a^2b^2(2ab^2c^2 + 1 - 3bc^2)}{7a^2b^2(1 - 3bc^2)} = \boxed{\frac{2ab^2c^2 + 1 - 3bc^2}{1 - 3bc^2}}$$

3) Un artículo aumentó su precio un 30% en enero. Al nuevo precio se le aplicó un descuento del 30%. ¿Qué tanto por ciento de aumento o de descuento tenía el precio final respecto del inicial? *(1 punto)*

Trabajaremos con *índices de aumento* o de *disminución porcentual*. Inicialmente, el artículo subió un 30% (en tantos por uno: $\frac{30}{100} = 0{,}3$) $\Rightarrow$ El correspondiente *índice de aumento porcentual* es $1 + 0{,}3 = 1{,}3$. Si el precio inicial era x, valdrá ahora:

$$x\cdot 1{,}3$$

Posteriormente, tuvo un descuento del 30%. El *índice de disminución porcentual* es, entonces, $1 - 0{,}3 = 0{,}7$. Por tanto, si esa reducción se aplica a un precio de $1{,}3x$, el precio final será:

$$x\cdot 1{,}3\cdot 0{,}7 = x\cdot 0{,}91$$

El precio inicial x está multiplicado por un *coeficiente de disminución porcentual*, puesto que 0,91 es menor que 1. Luego el precio ha sufrido un descuento desde el inicio. Dicho descuento, en tantos por uno, es de:

$$1 - 0{,}91 = 0{,}09$$

Es decir, $\boxed{\text{se ha rebajado un 9\%}}$.

4) Aplicando las fórmulas conocidas como *identidades notables*, desarrollar las siguientes expresiones:

a) $(-2a^2 + b)^2$ *(0,5 puntos)*

Aplicamos la *identidad notable* $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$. Para poder hacerlo, cambiamos el orden de los sumandos del interior del paréntesis:

$$(-2a^2 + b)^2 = (b - 2a^2)^2 = b^2 - 2b2a^2 + (2a^2)^2 = \boxed{b^2 - 4a^2b + 4a^4}.$$

Puesto que, entonces, $x = b$, $y = 2a^2$.

b) $(-a^3 - 3a)^2$ *(0,5 puntos)*

Aplicamos la *identidad notable* $(-x - y)^2 = (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$:

$$(-a^3 - 3a)^2 = (a^3 + 3a)^2 = (a^3)^2 + 2a^3 3a + (3a)^2 = \boxed{a^6 + 6a^4 + 9a^2}.$$

c) $(-a^2 + b)(a^2 + b)$ *(0,5 puntos)*

Aplicamos la *identidad notable* $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$. Para poder hacerlo, tenemos que invertir el orden de los sumandos en cada paréntesis (conservando sus respectivos signos):

$$(-a^2 + b)(a^2 + b) = (b - a^2)(b + a^2) = b^2 - (a^2)^2 = \boxed{b^2 - a^4}.$$

5) Resolver la ecuación: $\frac{x}{4} - 2\frac{3-x}{3} = -9 - \frac{5x}{6}$ *(1 punto)*

Antes de hacer nada, siempre simplificaremos. Para empezar, ponemos todos los sumandos, de los dos miembros de la ecuación, con el mismo denominador:

$$\frac{x}{4} - 2\frac{3-x}{3} = -9 - \frac{5x}{6} \Rightarrow \frac{x}{4} - \frac{2(3-x)}{3} = -9 - \frac{5x}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{12} - \frac{4 \cdot 2(3-x)}{12} = -\frac{9 \cdot 12}{12} - \frac{2 \cdot 5x}{12} \Rightarrow \frac{3x - 8(3-x)}{12} = \frac{-108 - 10x}{12}$$

Multiplicando por 12 los dos miembros de la ecuación, desaparecerán los denominadores:

$$3x - 8(3 - x) = -108 - 10x \Rightarrow 3x - 24 + 8x = -108 - 10x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11x - 24 = -108 - 10x$$

Sumando 24 y $10x$ en ambos miembros, juntaremos las x en el primero:

$$11x + 10x = -108 + 24 \Rightarrow 21x = -84$$

Por último, dividimos ambos miembros entre 21:

$$x = -\frac{84}{21} \Rightarrow \boxed{x = -4}$$

Puede (y debe) comprobarse que es correcta sustituyendo este valor en la ecuación original.

6) Resolver el sistema: $\left.\begin{array}{r} -2x + 3y = 8 \\ 4x - 5y = -14 \end{array}\right\}$ *(1,5 puntos)*

Lo hacemos por *sustitución*. Despejamos x en la primera ecuación, porque ahí está multiplicada por el menor coeficiente (y buscamos siempre lo más sencillo para nosotros):

$$-2x + 3y = 8 \Rightarrow -2x = 8 - 3y \Rightarrow \boxed{x =} \frac{8 - 3y}{-2} = \frac{-8 + 3y}{2} = \boxed{\frac{3y - 8}{2}} \quad (1)$$

Donde hemos tenido en cuenta que *nunca* nos debe quedar un denominador negativo en una expresión final, por lo que hemos multiplicado numerador y denominador por -1.

Sustituimos (1) en la segunda ecuación (tiene que ser en *la otra ecuación*, y (1) procede de la primera, por lo que sólo puede sustituirse en la segunda):

$$4\frac{3y-8}{2}-5y=-14 \Rightarrow 2(3y-8)-5y=-14 \Rightarrow 6y-16-5y=-14 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y-16=-14 \Rightarrow \boxed{y=}-14+16=\boxed{2}$$

Sustituimos en (1):

$$\boxed{x=}\ \frac{3\cdot 2-8}{2}=\frac{-2}{2}=\boxed{-1}$$

En definitiva, $\boxed{\text{la solución es } x=-1 \text{ junto con } y=2}$. Puede (y debe) comprobarse que es correcta sustituyendo estos valores en las dos ecuaciones originales.

7) Un grupo de personas hace un viaje. Un tercio de ellas son de Sevilla, un sexto, de Cádiz y el resto, que son 27, de Huelva. ¿Cuántas personas van de viaje? (Resolverlo mediante una ecuación). *(1 punto)*

Sea x el número de viajeros.

De Sevilla son: $\frac{1}{3}x$

De Cádiz: $\frac{1}{6}x$

De Huelva: 27

Y todos ellos suman el total de viajeros, que es x. Es decir:

$$\frac{x}{3}+\frac{x}{6}+27=x \Rightarrow \frac{2x}{6}+\frac{x}{6}+\frac{162}{6}=\frac{6x}{6} \Rightarrow \frac{2x+x+162}{6}=\frac{6x}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3x+162}{6}=\frac{6x}{6} \Rightarrow 3x+162=6x \Rightarrow 162=6x-3x \Rightarrow 162=3x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{162}{3}=54$$

Es decir, $\boxed{\text{son 54 viajeros en total}}$.

Observar que de Sevilla son $54/3 = 18$, de Cádiz son $54/6 = 9$. Y $18 + 9 + 27 = 54$.

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **calculadora**. No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones será penalizado**.

1) Realizar las siguientes operaciones **(este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 2 puntos para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4)**: *(3 puntos)*
   a) $-2\,|6(-8)-8(-4)|-3\,[7(-6)-9(-4)]$
   b) $\dfrac{6-\dfrac{9}{4}}{256\dfrac{125}{128}\dfrac{1}{250}-\dfrac{250}{100}}$
   c) $\dfrac{(-6)^{200}(-9)^{201}}{(-18)^{301}}$
2) Extraer factor común en numerador y denominador y simplificar en consecuencia:
$$\frac{7a^2b^2-21a^2b^3c^2+14a^3b^4c^2}{7a^2b^2-21a^2b^3c^2}$$ *(1 punto)*
3) Un artículo costaba 130€, pero hemos pagado 91€ por él. ¿Qué tanto por ciento de descuento nos han hecho? *(1 punto)*
4) Aplicando las fórmulas conocidas como *identidades notables*, desarrollar las siguientes expresiones:
   a) $(-2a^2+b)^2$ *(0,5 puntos)*
   b) $(-a^3-3a)^2$ *(0,5 puntos)*
   c) $(-a^2+b)(a^2+b)$ *(0,5 puntos)*
5) Resolver la ecuación: $\dfrac{5x}{6}-2\dfrac{3-x}{3}=-9-\dfrac{x}{4}$ *(1 punto)*
6) Resolver por *sustitución* el sistema: $\left.\begin{array}{r}-2x-3y=4\\-4x-5y=6\end{array}\right\}$ *(1,5 puntos)*
7) Tres números consecutivos suman 1671. ¿Cuáles son? (Resolverlo mediante una ecuación). *(1 punto)*

SOLUCIONES

1) Realizar las siguientes operaciones **(este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 2 puntos para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4)**: *(3 puntos)*

a) $-2\,|6(-8) - 8(-4)| - 3\,[7(-6) - 9(-4)]$

$$-2\,|6(-8) - 8(-4)| - 3\,[7(-6) - 9(-4)] = -2\,|-48 + 32| - 3\,(-42 + 36) =$$
$$= -2\,|-16| - 3\,(-6) = -2\cdot 16 + 18 = -32 + 18 = \boxed{-14}$$

b) $\dfrac{6-\frac{9}{4}}{256\frac{125}{128}\frac{1}{250}-\frac{250}{100}}$

$$\frac{6-\frac{9}{4}}{256\frac{125}{128}\frac{1}{250}-\frac{250}{100}} = \frac{\frac{24}{4}-\frac{9}{4}}{2\frac{1}{1}\frac{1}{2}-\frac{5}{2}} = \frac{\frac{15}{4}}{1-\frac{5}{2}} = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{2-5}{2}} = \frac{\frac{15}{4}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{\frac{15}{4}}{\frac{3}{2}} =$$
$$= -\frac{15\cdot 2}{3\cdot 4} = -\frac{5\cdot 1}{1\cdot 2} = \boxed{-\frac{5}{2}}$$

c) $\dfrac{(-6)^{200}(-9)^{201}}{(-18)^{301}}$

$$\frac{(-6)^{200}(-9)^{201}}{(-18)^{301}} = \frac{6^{200}(-9^{201})}{-18^{301}} = \frac{-6^{200}9^{201}}{-18^{301}} = \frac{6^{200}9^{201}}{18^{301}} = \frac{(2\cdot 3)^{200}(3^2)^{201}}{(2\cdot 3^2)^{301}} =$$
$$= \frac{2^{200}3^{200}3^{402}}{2^{301}3^{602}} = \frac{3^{200+402}}{2^{301-200}3^{602}} = \frac{3^{602}}{2^{101}3^{602}} = \boxed{\frac{1}{2^{101}}}$$

2) Extraer factor común en numerador y denominador y simplificar en consecuencia:

$$\frac{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2 + 14a^3b^4c^2}{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2}$$ *(1 punto)*

$$\frac{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2 + 14a^3b^4c^2}{7a^2b^2 - 21a^2b^3c^2} = \frac{7a^2b^2(1-3bc^2+2ab^2c^2)}{7a^2b^2(1-3bc^2)} = \boxed{\frac{1-3bc^2+2ab^2c^2}{1-3bc^2}}$$

3) Un artículo costaba 130€, pero hemos pagado 91€ por él. ¿Qué tanto por ciento de descuento nos han hecho? *(1 punto)*

Nos han descontado $130 - 91 = 39$€. Lo que supone:

$$\% = \frac{Parte}{Total}\cdot 100 = \frac{39}{130}100 = \frac{3900}{130} = \frac{390}{13} = \boxed{30\%\text{ de descuento}}$$

4) Aplicando las fórmulas conocidas como *identidades notables*, desarrollar las siguientes expresiones:

a) $(-2a^2 + b)^2$ *(0,5 puntos)*

Aplicamos la *identidad notable* $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$. Para poder hacerlo, cambiamos el orden de los sumandos del interior del paréntesis:

$$(-2a^2 + b)^2 = (b - 2a^2)^2 = b^2 - 2b2a^2 + (2a^2)^2 = \boxed{b^2 - 4a^2b + 4a^4}.$$

Puesto que, entonces, $x = b$, $y = 2a^2$.

b) $(-a^3 - 3a)^2$ *(0,5 puntos)*

Aplicamos la *identidad notable* $(-x-y)^2 = (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$:

$$(-a^3 - 3a)^2 = (a^3 + 3a)^2 = (a^3)^2 + 2a^3 3a + (3a)^2 = \boxed{a^6 + 6a^4 + 9a^2}.$$

c) $(-a^2 + b)(a^2 + b)$ *(0,5 puntos)*

Aplicamos la *identidad notable* $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$. Para poder hacerlo, tenemos que invertir el orden de los sumandos en cada paréntesis (conservando sus respectivos signos):

$$(-a^2 + b)(a^2 + b) = (b - a^2)(b + a^2) = b^2 - (a^2)^2 = \boxed{b^2 - a^4}.$$

5) Resolver la ecuación: $\frac{5x}{6} - 2\frac{3-x}{3} = -9 - \frac{x}{4}$ *(1 punto)*

Antes de hacer nada, siempre simplificaremos. Para empezar, ponemos todos los sumandos, de los dos miembros de la ecuación, con el mismo denominador:

$$\frac{5x}{6} - 2\frac{3-x}{3} = -9 - \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{5x}{6} - \frac{2(3-x)}{3} = -9 - \frac{x}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\cdot 5x}{12} - \frac{4\cdot 2(3-x)}{12} = -\frac{9\cdot 12}{12} - \frac{3x}{12} \Rightarrow \frac{10x - 8(3-x)}{12} = \frac{-108 - 3x}{12}$$

Multiplicando por 12 los dos miembros de la ecuación, desaparecerán los denominadores:

$$10x - 8(3 - x) = -108 - 3x \Rightarrow 10x - 24 + 8x = -108 - 3x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18x - 24 = -108 - 3x$$

Sumando 24 y $10x$ en ambos miembros, juntaremos las x en el primero:

$$18x + 3x = -108 + 24 \Rightarrow 21x = -84$$

Por último, dividimos ambos miembros entre 21:

$$x = -\frac{84}{21} \Rightarrow \boxed{x = -4}$$

Puede (y debe) comprobarse que es correcta sustituyendo este valor en la ecuación original.

6) Resolver por *sustitución* el sistema: $\left.\begin{array}{l} -2x - 3y = 4 \\ -4x - 5y = 6 \end{array}\right\}$ *(1,5 puntos)*

Despejamos x en la primera ecuación, porque ahí está multiplicada por el menor coeficiente (y buscamos siempre lo más sencillo para nosotros):

$$-2x - 3y = 4 \Rightarrow -3y - 4 = 2x \Rightarrow \boxed{x = \frac{-3y-4}{2}} \quad (1)$$

Donde hemos tenido en cuenta que *nunca* nos debe quedar un denominador negativo en una expresión final, y por eso hemos pasado $2x$ al segundo miembro.
Sustituimos (1) en la segunda ecuación (tiene que ser en *la otra ecuación*, y (1) procede de la primera, por lo que sólo puede sustituirse en la segunda):

$$-4\frac{-3y-4}{2} - 5y = 6 \Rightarrow -2(-3y - 4) - 5y = 6 \Rightarrow 6y + 8 - 5y = 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y + 8 = 6 \Rightarrow \boxed{y =} 6 - 8 = \boxed{-2}$$

Sustituimos en (1):

$$\boxed{x =} \frac{-3(-2) - 4}{2} = \frac{6-4}{2} = \boxed{1}$$

En definitiva, $\boxed{\text{la solución es } x = 1 \text{ junto con } y = -2}$. Puede (y debe) comprobarse que es correcta sustituyendo estos valores en las dos ecuaciones originales.

7) Tres números consecutivos suman 1671. ¿Cuáles son? (Resolverlo mediante una ecuación). *(1 punto)*

Sea x el número central, de los tres consecutivos. Por tanto:

El primer número es: $x - 1$

El segundo es: x

El tercero es: $x + 1$

Por tanto, como suman 1671:

$$(x-1) + x + (x+1) = 1671 \Rightarrow x - 1 + x + x + 1 = 1671 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x = 1671 \Rightarrow x = \frac{1671}{3} = 557$$

Como consecuencia:

El primer número es $x - 1 = 557 - 1 = 556$

El segundo es $x = 557$

El tercero es $x + 1 = 557 + 1 = 558$

$\boxed{\text{Los tres números son } 556, 557 \text{ y } 558}$.