NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **calculadora**. No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones será penalizado**.

1) Efectuar las siguientes operaciones **(este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 1 punto para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4)**:

a) $\dfrac{4-\frac{25}{4}\frac{2}{5}}{\frac{128}{81}\frac{27}{256}-\frac{66}{22}}$ *(1 punto)*

b) $\dfrac{-(-64)^{300}(-729)^{301}}{(-6)^{1801}}$ *(1 punto)*

2) Extraer factor común del numerador y, también, del denominador, y simplificar:

$$\frac{18x^3y^2z^2-27x^2yz+9x^2y}{18x^3y^2z^2+9x^2y}$$ *(1 punto)*

3) Resolver la ecuación: $(2x^3-x)^2-4x^2(x^4-x^2)-6=5x$ *(2 puntos)*

4) Resolver el siguiente sistema por *sustitución* y por *reducción*: *(2 puntos)*

$$\left.\begin{aligned}-3x+5y&=21\\4x-3y&=-17\end{aligned}\right\}$$

5) Se sabe que un objeto A pesa el triple que otro objeto B. Juntando dos objetos tipo A con cuatro objetos tipo B el peso total es de 130 gramos. ¿Cuánto pesa cada objeto tipo A y cada objeto tipo B? *(1 punto)*

6) Desarrollar las siguientes expresiones con ayuda de *identidades notables*: *(1 pto)*

a) $(-3x^2-4x^3)^2$

b) $(-3x^2+4x^3)\,(3x^2+4x^3)$

7) Resolver la ecuación: $2x-\dfrac{3x-1}{3}-\dfrac{5-2x}{4}=-\dfrac{65}{12}$ *(1 punto)*

SOLUCIONES

1) Efectuar las siguientes operaciones:

a) $\dfrac{4-\dfrac{25}{4}\dfrac{2}{5}}{\dfrac{128}{81}\dfrac{27}{256}-\dfrac{66}{22}}$ *(1 punto)*

$$\frac{4-\dfrac{25}{4}\dfrac{2}{5}}{\dfrac{128}{81}\dfrac{27}{256}-\dfrac{66}{22}}=\frac{4-\dfrac{5}{2}\dfrac{1}{1}}{\dfrac{1}{3}\dfrac{1}{2}-\dfrac{6}{2}}=\frac{4-\dfrac{5}{2}}{\dfrac{1}{6}-3}=\frac{\dfrac{8-5}{2}}{\dfrac{1-18}{6}}=\frac{\dfrac{3}{2}}{\dfrac{-17}{6}}=-\frac{3\cdot 6}{17\cdot 2}=-\frac{3\cdot 3}{17\cdot 1}=\boxed{-\frac{9}{17}}$$

b) $\dfrac{-(-64)^{300}(-729)^{301}}{(-6)^{1801}}$ *(1 punto)*

$$\frac{-(-64)^{300}(-729)^{301}}{(-6)^{1801}}=\frac{-64^{300}(-729^{301})}{-6^{1801}}=\frac{64^{300}729^{301}}{-6^{1801}}=-\frac{64^{300}729^{301}}{6^{1801}}=$$

$$=-\frac{(2^6)^{300}(3^6)^{301}}{(2\cdot 3)^{1801}}=-\frac{2^{1800}3^{1806}}{2^{1801}\cdot 3^{1801}}=-\frac{3^{1806-1801}}{2^{1801-1800}}=\boxed{-\frac{3^5}{2}=-\frac{243}{2}}$$

2) Extraer factor común del numerador y, también, del denominador, y simplificar:

$$\frac{18x^3y^2z^2-27x^2yz+9x^2y}{18x^3y^2z^2+9x^2y}$$ *(1 punto)*

$$\frac{18x^3y^2z^2-27x^2yz+9x^2y}{18x^3y^2z^2+9x^2y}=\frac{9x^2y(2xyz^2-3z+1)}{9x^2y(2xyz^2+1)}=\boxed{\frac{2xyz^2-3z+1}{2xyz^2+1}}$$

En la fracción resultante, como tal, no se puede continuar simplificando, porque *en una fracción no se pueden simplificar sumandos ni parte de sumandos: solo factores*.

3) Resolver la ecuación: $(2x^3-x)^2-4x^2(x^4-x^2)-6=5x$ *(2 puntos)*

Desarrollamos las distintas expresiones que aparecen y simplificamos:

$$(2x^3-x)^2-4x^2(x^4-x^2)-6=5x\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ (2x^3)^2-2\cdot 2x^3\cdot x+x^2-4x^6+4x^4-6-5x=0\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 4x^6-4x^4+x^2-4x^6+4x^4-5x-6=0\ \Rightarrow\ x^2-5x-6=0\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{5\pm 7}{2}=\begin{cases}=\dfrac{5-7}{2}=-1\\[2ex]=\dfrac{5+7}{2}=6\end{cases}$$

Hay dos soluciones posibles: $\boxed{x=-1\ \text{ ó }\ x=6}$.

4) Resolver el siguiente sistema por *sustitución* y por *reducción*: *(2 puntos)*

$$\left.\begin{aligned}-3x+5y&=21\\4x-3y&=-17\end{aligned}\right\}$$

<u>Por sustitución</u>

Despejamos y en la primera ecuación: $5y=21+3x\ \Rightarrow\ \boxed{y=\dfrac{21+3x}{5}}$ (1)

Sustituimos la expresión (1) en la segunda ecuación (no podemos en la primera, porque dicha expresión es la primera ecuación escrita de otra forma):

$$4x-3\frac{21+3x}{5}=-17 \Rightarrow 4x-\frac{3(21+3x)}{5}=-17 \Rightarrow \frac{20x}{5}-\frac{63+9x}{5}=-\frac{85}{5} \Rightarrow$$

El siguiente paréntesis es *fundamental*:

$$\Rightarrow 20x-(63+9x)=-85 \Rightarrow 20x-63-9x=-85 \Rightarrow 11x=-85+63 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11x=-22 \Rightarrow x=-\frac{22}{11} \Rightarrow \boxed{x=-2}$$

Sustituimos en (1): $\boxed{y=}\ \frac{21+3(-2)}{5}=\frac{21-6}{5}=\frac{15}{5}=\boxed{3}$.

<u>*Por reducción*</u>

$$\left.\begin{aligned}-3x+5y&=21\\4x-3y&=-17\end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{matrix}\cdot 4\\ \cdot 3\end{matrix} \left.\begin{aligned}-12x+20y&=84\\12x-9y&=-51\end{aligned}\right\}$$

$$11y=33 \Rightarrow y=\frac{33}{11}=3$$

$$\left.\begin{aligned}-3x+5y&=21\\4x-3y&=-17\end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{matrix}\cdot 3\\ \cdot 5\end{matrix} \left.\begin{aligned}-9x+15y&=63\\20x-15y&=-85\end{aligned}\right\}$$

$$11x=-22 \Rightarrow x=-\frac{22}{11}=-2$$

Luego las soluciones son $\boxed{x=-2 \text{ junto con } y=3}$.

5) Se sabe que un objeto A pesa el triple que otro objeto B. Juntando dos objetos tipo A con cuatro objetos tipo B el peso total es de 130 gramos. ¿Cuánto pesa cada objeto tipo A y cada objeto tipo B? *(1 punto)*

Llamemos x = *Peso de un objeto tipo A*; y = *Peso de un objeto tipo B*.

- Un objeto A pesa el triple que otro B: $\boxed{x=3y}$. Si tenemos dudas al plantear esta ecuación sobre cuál de las dos incógnitas hay que multiplicar por 3, podemos ponernos un ejemplo muy simple, elegidos los números lo más sencillos que se pueda. Si $x = 3$, $y = 1$, x pesa el triple que y, y hay que multiplicar y por 3 para que de x.
- Dos objetos A más cuatro B pesan 130: $\boxed{2x+4y=130}$.

Tenemos un sistema formado por dos ecuaciones lineales con dos incógnitas (las recuadradas). La primera de ellas nos proporciona una incógnita (x) despejada en función de la otra, por lo que procedemos por *sustitución*: la sustituimos en la segunda ecuación:

$$2\cdot 3y+4y=130 \Rightarrow 6y+4y=130 \Rightarrow 10y=130 \Rightarrow y=\frac{130}{10}=13$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$$x=3\cdot 13=39$$

Por tanto, $\boxed{\text{cada objeto tipo } A \text{ pesa 39 gramos y cada objeto tipo } B\text{, 13 gramos}}$. <u>Es muy importante interpretar el resultado y expresarlo en las unidades correspondientes</u>.

6) Desarrollar las siguientes expresiones con ayuda de *identidades notables*: *(1 pto)*

a) $(-3x^2-4x^3)^2$

$$(-3x^2-4x^3)^2=(3x^2+4x^3)^2=(3x^2)^2+2\cdot 3x^2\cdot 4x^3+(4x^3)^2=\boxed{9x^4+24x^5+16x^6}$$

b) $(-3x^2 + 4x^3)\,(3x^2 + 4x^3)$

$$(-3x^2 + 4x^3)\,(3x^2 + 4x^3) = (4x^3 - 3x^2)\,(4x^3 + 3x^2) = (4x^3)^2 - (3x^2)^2 = \boxed{16x^6 - 9x^4}$$

7) Resolver la ecuación: $2x - \frac{3x-1}{3} - \frac{5-2x}{4} = -\frac{65}{12}$ *(1 punto)*

$$2x - \frac{3x-1}{3} - \frac{5-2x}{4} = -\frac{65}{12} \;\Rightarrow\; \frac{12\cdot 2x}{12} - \frac{4(3x-1)}{12} - \frac{3(5-2x)}{12} = -\frac{65}{12} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 24x - 4(3x - 1) - 3(5 - 2x) = -65 \;\Rightarrow\; 24x - 12x + 4 - 15 + 6x = -65 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 18x - 11 = -65 \;\Rightarrow\; 18x = -65 + 11 \;\Rightarrow\; 18x = -54 \;\Rightarrow\; x = -\frac{54}{18} \;\Rightarrow\; \boxed{x = -3}$$

IES Fernando de Herrera **Curso 2016 / 17**

Tercera evaluación - Prueba de observación continua escrita nº 2 – 2º ESO

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **calculadora**. No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones será penalizado**.

1) Efectuar las siguientes operaciones **(este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 1 punto para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4)**:

   a) $\dfrac{5-\dfrac{7}{35}}{\dfrac{192}{27}\dfrac{9}{64}-\dfrac{12}{5}}$ *(1 punto)*

   b) $\dfrac{(-(-3)^8)^{201}3^{12}}{-27^{100}9^{660}}$ *(1 punto)*

2) Un artículo costaba 350€ pero está rebajado a 301€. ¿Qué tanto por ciento de descuento hacen? *(1 punto)*

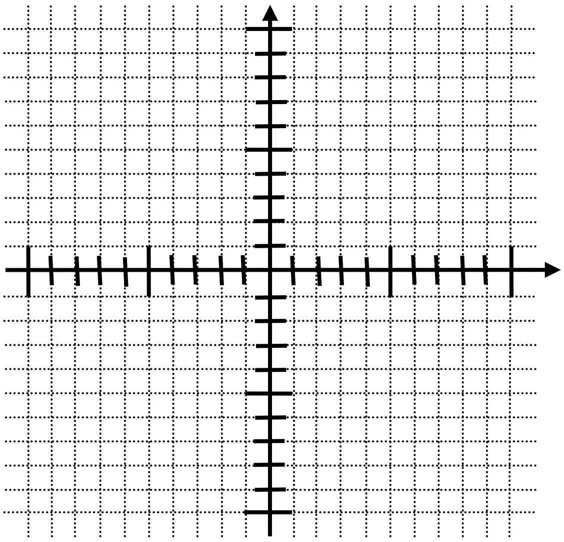
3) Si 1 franco suizo (CHF) se cambia por 0,64€ (EUR), ¿Cuántos CHF nos darán por 40€? *(0,5 puntos)*

4) Resolver la ecuación: $(2x-3)^2-5(3-x)=5$ *(2 puntos)*

5) Resolver la ecuación: $\dfrac{x-3}{4}-\dfrac{3+x}{6}+\dfrac{3}{10}=2\dfrac{x}{5}$ *(1,5 puntos)*

6) Resolver por reducción: $\left.\begin{array}{r}-3x+5y=\ \ 21\\ 4x-3y=-17\end{array}\right\}$ *(1,5 puntos)*

7) Dibujar la gráfica de $y=-x^2-6x-5$, rellenando, al menos, la siguiente tabla de valores: *(1,5 puntos)*



x	y
–6	
–5	
–4	
–3	
–2	
–1	
0	

SOLUCIONES

1) Efectuar las siguientes operaciones **(este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 1 punto para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4)**:

a) $\dfrac{5-\dfrac{7}{35}}{\dfrac{192}{27}\dfrac{9}{64}-\dfrac{12}{5}}$ *(1 punto)*

$$\frac{5-\frac{7}{35}}{\frac{192}{27}\frac{9}{64}-\frac{12}{5}}=\frac{\frac{25}{5}-\frac{1}{5}}{\frac{192}{3}\frac{1}{64}-\frac{12}{5}}=\frac{\frac{24}{5}}{64\frac{1}{64}-\frac{12}{5}}=\frac{\frac{24}{5}}{1-\frac{12}{5}}=\frac{\frac{24}{5}}{\frac{5-12}{5}}=\frac{\frac{24}{5}}{-\frac{7}{5}}=$$
$$=-\frac{24\cdot 5}{7\cdot 5}=\boxed{-\frac{24}{7}}$$

b) $\dfrac{(-(-3)^8)^{201}3^{12}}{-27^{100}9^{660}}$ *(1 punto)*

$$\frac{(-(-3)^8)^{201}3^{12}}{-27^{100}9^{660}}=\frac{(-3^8)^{201}3^{12}}{-(3^3)^{100}(3^2)^{660}}=\frac{-(3^8)^{201}3^{12}}{-3^{300}3^{1320}}=\frac{3^{1608}3^{12}}{3^{1620}}=3^{1608+12-1620}=$$
$$=3^0=\boxed{1}$$

2) Un artículo costaba 350€ pero está rebajado a 301€. ¿Qué tanto por ciento de descuento hacen? *(1 punto)*
La rebaja es de $350-301=49$€. El porcentaje que supone dicha rebaja sobre el total es: $Porcentaje=\dfrac{Parte}{Total}100=\dfrac{49}{350}100=\boxed{14\%}$

3) Si 1 franco suizo (CHF) se cambia por 0,64€ (EUR), ¿Cuántos CHF nos darán por 40€? *(0,5 puntos)*
Las magnitudes CHF y EUR <u>son directamente proporcionales, porque a doble de CHF corresponde doble de EUR</u>. Por tanto, se resuelve mediante una regla de tres directa:

$$\left.\begin{array}{ccc}1 & \to & 0{,}64\\ x & \to & 40\end{array}\right\}\Rightarrow x=\frac{40}{0{,}64}=\boxed{62.5\text{ CHF}}$$

4) Resolver la ecuación: $(2x-3)^2-5(3-x)=5$ *(2 puntos)*
$(2x-3)^2-5(3-x)=5 \Rightarrow 4x^2-12x+9-15+5x-5=0 \Rightarrow 4x^2-7x-11=0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x=\frac{7\pm\sqrt{49+176}}{8}=\frac{7\pm\sqrt{225}}{8}=\frac{7\pm15}{8}=\left\langle\begin{array}{l}=\frac{7-15}{8}=-1\\ =\frac{7+15}{8}=\frac{11}{4}\end{array}\right.$$

Hay dos valores de x que resuelven la ecuación $\boxed{x=-1 \text{ ó } x=11/4}$.

5) Resolver la ecuación: $\dfrac{x-3}{4}-\dfrac{3+x}{6}+\dfrac{3}{10}=2\dfrac{x}{5}$ *(1,5 puntos)*

$$\frac{x-3}{4}-\frac{3+x}{6}+\frac{3}{10}=2\frac{x}{5} \Rightarrow \frac{15(x-3)}{60}-\frac{10(3+x)}{60}+\frac{18}{60}=\frac{12\cdot 2x}{60} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{15(x-3)-10(3+x)+18}{60}=\frac{24x}{60} \Rightarrow 15x - 45 - 30 - 10x + 18 = 24x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5x - 57 = 24x \Rightarrow -57 = 24x - 5x \Rightarrow -57 = 19x \Rightarrow -\frac{57}{19} = x \Rightarrow \boxed{x = -3}$$

6) Resolver por reducción: $\left.\begin{aligned} -3x+5y &= 21 \\ 4x-3y &= -17 \end{aligned}\right\}$ *(1,5 puntos)*

$$\left.\begin{aligned} -3x+5y &= 21 \\ 4x-3y &= -17 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} \cdot 4 \\ \cdot 3 \end{aligned} \left.\begin{aligned} -12x+20y &= 84 \\ 12x-9y &= -51 \end{aligned}\right\}$$

$$11y = 33 \Rightarrow y = \frac{33}{11} = 3$$

$$\left.\begin{aligned} -3x+5y &= 21 \\ 4x-3y &= -17 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} \cdot 3 \\ \cdot 5 \end{aligned} \left.\begin{aligned} -9x+15y &= 63 \\ 20x-15y &= -85 \end{aligned}\right\}$$

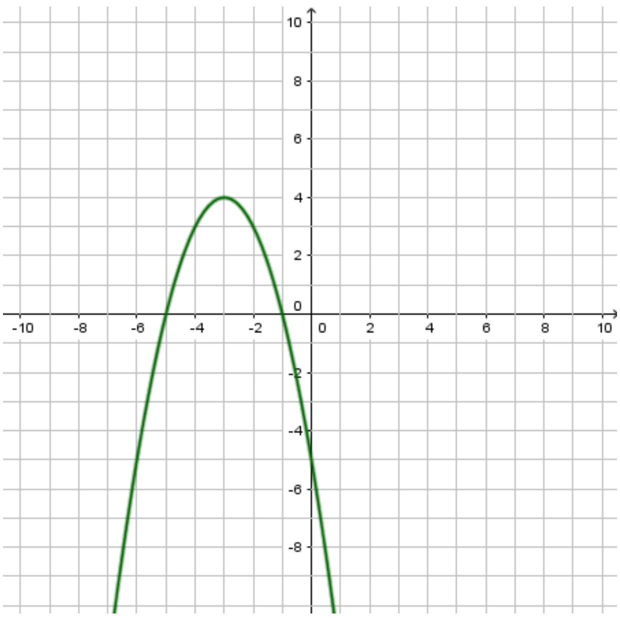
$$11x = -22 \Rightarrow x = -\frac{22}{11} = -2$$

Luego las soluciones son $\boxed{x = -2 \text{ junto con } y = 3}$.

7) Dibujar la gráfica de $y = -x^2 - 6x - 5$, rellenando, al menos, la siguiente tabla de valores: *(1,5 puntos)*

El *eje* de simetría de la parábola, que es *cóncava* estará en $x = \frac{6}{-2} = -3$. La tabla de valores rellena es la siguiente, y la gráfica, la que se adjunta.

x	y
–7	–12
–6	–5
–5	0
–4	3
–3	4
–2	3
–1	0
0	–5
1	–12



NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **calculadora**. No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones será penalizado**.

1) Efectuar las siguientes operaciones hasta obtener una fracción simplificada:*(1 punto)*

$$\frac{-(-6^{27})^{52}2^{55}3^{-19}}{-(-3^{42})^{33}(2^{73})^{20}}$$

2) Con tres bombas de agua iguales llenaríamos un depósito en 45 horas. ¿Cuánto se tardaría con cinco bombas iguales? (Justificar el procedimiento). *(1 punto)*

3) Extraer factor común de numerador y denominador, si se puede, y simplificar en consecuencia: *(1 punto)*

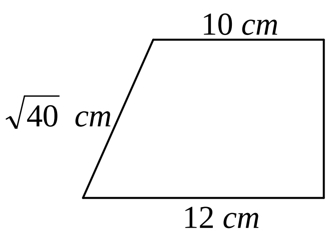
$$\frac{2x^2y^3}{2x^2y^3-8x^3y^3-4x^2y^4z}$$

4) Resolver la ecuación: $3\frac{2x-1}{4}-\frac{5-3x}{2}=x-\frac{29}{4}$ *(1 punto)*

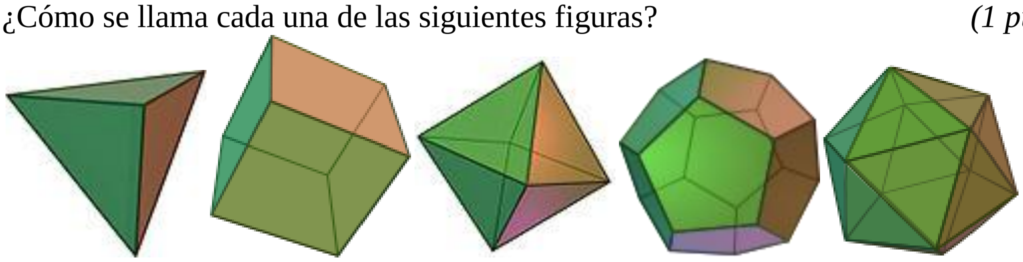
5) Resolver la ecuación: $2(3x+1)-(2x-3)^2+3x^2=14x-19$ *(2 puntos)*

6) Resolver por reducción el sistema: $\left.\begin{aligned}2x+3y=90\\3x+2y=85\end{aligned}\right\}$ *(1 punto)*

7) Hallar el área del trapecio de la figura siguiente: *(2 puntos)*



8) ¿Cómo se llama cada una de las siguientes figuras? *(1 punto)*



SOLUCIONES

1) Efectuar las siguientes operaciones hasta obtener una fracción simplificada: *(1 punto)*

$$\frac{-(-6^{27})^{52}2^{55}3^{-19}}{-(-3^{42})^{33}(2^{73})^{20}}$$

Comenzamos eliminando signos. Tanto numerador como denominador están precedidos de signos que afectan a sus respectivos resultados concretos. Como – entre – es +, se cancelan. A continuación, tenemos en cuenta que si los – están elevados a exponente impar, se convierten en positivos (si no están elevados a nada, afectan al resultado). Y, en el segundo paso, el – interior al paréntesis del numerador está elevado a 52, par, por lo que desaparece, y el del denominador está elevado a 33, impar, por lo que el resultado de esa potencia es negativo:

$$\frac{-(-6^{27})^{52}2^{55}3^{-19}}{-(-3^{42})^{33}(2^{73})^{20}} = \frac{(-6^{27})^{52}2^{55}3^{-19}}{(-3^{42})^{33}(2^{73})^{20}} = \frac{(6^{27})^{52}2^{55}3^{-19}}{-(3^{42})^{33}(2^{73})^{20}} = -\frac{(6^{27})^{52}2^{55}3^{-19}}{(3^{42})^{33}(2^{73})^{20}} =$$

Un *factor* puede cambiar de lado de la fracción cambiando el signo *de su exponente*. Y para elevar una potencia a un número, se multiplican los exponentes:

$$= -\frac{(6^{27})^{52}2^{55}}{(3^{42})^{33}(2^{73})^{20}3^{19}} = -\frac{6^{1404}2^{55}}{3^{1386}2^{1460}3^{19}} = -\frac{(3\cdot 2)^{1404}}{3^{1386+19}2^{1460-55}} = -\frac{3^{1404}2^{1404}}{3^{1405}2^{1405}} =$$

$$= -\frac{1}{3^{1405-1404}2^{1405-1404}} = -\frac{1}{3^1 2^1} = \boxed{-\frac{1}{6}}$$

2) Con tres bombas de agua iguales llenaríamos un depósito en 45 horas. ¿Cuánto se tardaría con cinco bombas iguales? (Justificar el procedimiento). *(1 punto)*

A doble número de bombas, mitad de tiempo. *Bombas* y *tiempo* son, entonces, *inversamente proporcionales*, por lo que hacemos una regla de tres inversa:

$$\left.\begin{array}{ccc} 3 & \to & 45 \\ 5 & \to & x \end{array}\right\} \Rightarrow 3\cdot 45 = 5x \Rightarrow \boxed{x=}\ \frac{3\cdot 45}{5} = 3\cdot 9 = \boxed{27\ h}$$

3) Extraer factor común de numerador y denominador, si se puede, y simplificar en consecuencia: *(1 punto)*

$$\frac{2x^2y^3}{2x^2y^3-8x^3y^3-4x^2y^4z}$$

$$\frac{2x^2y^3}{2x^2y^3-8x^3y^3-4x^2y^4z} = \frac{2x^2y^3}{2x^2y^3(1-4x-2yz)} = \boxed{\frac{1}{1-4x-2yz}}$$

4) Resolver la ecuación: $3\frac{2x-1}{4}-\frac{5-3x}{2}=x-\frac{29}{4}$ *(1 punto)*

$$3\frac{2x-1}{4}-\frac{5-3x}{2}=x-\frac{29}{4} \Rightarrow \frac{3(2x-1)}{4}-\frac{2(5-3x)}{4}=\frac{4x}{4}-\frac{29}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3(2x-1)-2(5-3x)}{4}=\frac{4x-29}{4} \Rightarrow 6x-3-10+6x=4x-29 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12x-13=4x-29 \Rightarrow 12x-4x=-29+13 \Rightarrow 8x=-16 \Rightarrow \boxed{x=-2}$$

5) Resolver la ecuación: $2(3x+1)-(2x-3)^2+3x^2=14x-19$ *(2 puntos)*

$$2(3x+1)-(2x-3)^2+3x^2=14x-19 \Rightarrow 6x+2-(4x^2-12x+9)+3x^2=14x-19 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x+2-4x^2+12x-9+3x^2=14x-19 \Rightarrow -x^2+18x-7=14x-19 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 0 = 14x - 19 + x^2 - 18x + 7\ \Rightarrow\ x^2 - 4x - 12 = 0\ \Rightarrow\ x = \frac{4 \pm \sqrt{16+48}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{4 \pm 8}{2} = \left\langle \begin{array}{l} = \dfrac{4-8}{2} = -\dfrac{4}{2} = -2 \\ = \dfrac{4+8}{2} = \dfrac{12}{2} = 6 \end{array} \right.$$

Tiene dos soluciones: $\boxed{x = -2 \text{ ó } x = 6}$.

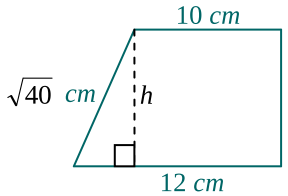
6) Resolver por reducción el sistema: $\left.\begin{array}{l} 2x+3y=90 \\ 3x+2y=85 \end{array}\right\}$ *(1 punto)*

$$\left.\begin{array}{l} 2x+3y=90 \\ 3x+2y=85 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \cdot 2: \\ \cdot(-3): \end{array} \left.\begin{array}{r} 4x+6y=180 \\ \underline{-9x-6y=-255} \end{array}\right\}$$
$$-5x \quad = -75 \Rightarrow x = 75/5 = 15$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x+3y=90 \\ 3x+2y=85 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \cdot 3: \\ \cdot(-2): \end{array} \left.\begin{array}{r} 6x+9y=270 \\ \underline{-6x-4y=-170} \end{array}\right\}$$
$$5y = 100 \Rightarrow y = 100/5 = 20$$

Solución: $\boxed{x = 15 \text{ con } y = 20}$.

7) Hallar el área del trapecio de la figura siguiente: *(2 puntos)*



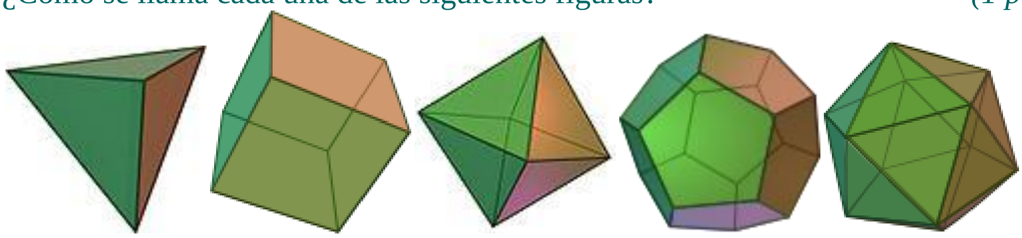
Hemos trazado la altura h, formando un triángulo rectángulo a la izquierda. La base de dicho triángulo mide $b = 12 - 10 = 2$ *cm*, porque desde donde cae la altura hasta la derecha mide lo mismo que la base superior del trapecio. Aplicando el *Teorema de Pitágoras*:

$$h = \sqrt{(\sqrt{40})^2 - 2^2} = \sqrt{40-4} = \sqrt{36} = 6\ cm$$

Por tanto:

$$\boxed{\text{Área} =} \frac{12+10}{2} 6 = 11 \cdot 6 = \boxed{66\ cm^2}$$

8) ¿Cómo se llama cada una de las siguientes figuras? *(1 punto)*



Tetraedro	Hexaedro o cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
4 caras	6 caras	8 caras	12 caras	20 caras

Son los *sólidos platónicos* que son los únicos poliedros regulares convexos que existen.

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **calculadora**. No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones será penalizado**.

1) Efectuar las siguientes operaciones hasta obtener una fracción simplificada:*(1,5 ptos)*

$$\frac{(-3^{50})^{35}(2^{70})^{25}}{-6^{1752}}$$

2) Sacar factor común de numerador y denominador, si se puede, y simplificar: *(1 pto)*

$$\frac{3ab^3}{6a^2b^3+3ab^3}$$

3) Resolver la siguiente ecuación: *(1,5 puntos)*

$$\frac{31}{4}-\frac{3-x}{2}=-1-5\frac{x-3}{4}$$

4) Resolver la ecuación: $2(5-x)-(3-2x)^2=7$ *(2 puntos)*

5) Resolver el sistema: $\left.\begin{array}{l} 3x-2y=-1 \\ 2x+3y=34 \end{array}\right\}$ *(1,5 puntos)*

6) El radio de un cono mide 6 *cm* y la generatriz, 10 cm. Calcular su área total y su volumen. *(1,5 puntos)*

7) El radio de una esfera mide 1 *m*. Calcular su área lateral y su volumen. *(1 punto)*

SOLUCIONES

1) Efectuar las siguientes operaciones hasta obtener una fracción simplificada: *(1,5 ptos)*

$$\frac{(-3^{50})^{35}(2^{70})^{25}}{-6^{1752}}$$

Comenzamos eliminando los signos – que podamos. En el numerador, el – no está elevado a 50, sino a 35, que es impar: $(-3^{50})^{35} = (-1\cdot3^{50})^{35} = (-1)^{35}\cdot(3^{50})^{35} = -(3^{50})^{35} = -3^{1750}$. En el denominador, el – no está elevado a nada, sino que afecta al resultado, por lo que el denominador es negativo. Por último, $(2^{70})^{25} = 2^{70\cdot25} = 2^{1750}$. Así:

$$\frac{(-3^{50})^{35}(2^{70})^{25}}{-6^{1752}} = \frac{-3^{1750}2^{1750}}{-6^{1752}} = \frac{3^{1750}2^{1750}}{6^{1752}} =$$

Para elevar un producto a un número, se eleva cada factor:

$$\frac{3^{1750}2^{1750}}{(2\cdot3)^{1752}} = \frac{3^{1750}2^{1750}}{2^{1752}3^{1752}} =$$

Y para dividir potencias de la misma base, se restan los exponentes (siempre que no sean sumandos ni parte de sumandos). Conviene dejar la potencia en el lado de la fracción donde el exponente quede positivo:

$$= \frac{1}{2^{1752-1750}3^{1752-1750}} = \frac{1}{2^2 3^2} = \boxed{\frac{1}{36}}$$

2) Sacar factor común de numerador y denominador, si se puede, y simplificar: *(1 pto)*

$$\frac{3ab^3}{6a^2b^3+3ab^3}$$

En una fracción no se pueden simplificar sumandos ni parte de sumandos: sólo factores. Por tanto, no es posible simplificar nada tal como tenemos la fracción. Pero:

$$\frac{3ab^3}{6a^2b^3+3ab^3} = \frac{3ab^3}{3ab^3(2a+1)} = \boxed{\frac{1}{2a+1}}$$

Porque una fracción se simplifica dividiendo un factor del numerador y otro factor del denominador entre un mismo número. En este caso, hemos dividido entre $3ab^3$.

3) Resolver la siguiente ecuación: *(1,5 puntos)*

$$\frac{31}{4}-\frac{3-x}{2}=-1-5\frac{x-3}{4}$$

Lo primero es dejar todos los sumandos en forma de fracción. El mcm de los denominadores resultantes es: mcm(4, 2, 1, 4) = 4. Lo importante en este problema es tener cuidado con los signos, porque un – es como un –1, y si está delante de un paréntesis que contiene sumas, afectará a cada sumando. Por tanto:

$$\frac{31}{4}-\frac{3-x}{2}=-1-5\frac{x-3}{4} \Rightarrow \frac{31}{4}-\frac{3-x}{2}=-1-\frac{5(x-3)}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{31}{4}-\frac{2(3-x)}{4}=-\frac{4}{4}-\frac{5(x-3)}{4} \Rightarrow \frac{31-2(3-x)}{4}=\frac{-4-5(x-3)}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 31-2(3-x)=-4-5(x-3) \Rightarrow 31-6+2x=-4-5x+15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25+2x=11-5x \Rightarrow 2x+5x=11-25 \Rightarrow 7x=-14 \Rightarrow x=\frac{-14}{7} \Rightarrow \boxed{x=-2}$$

4) Resolver la ecuación: $2(5-x)-(3-2x)^2=7$ *(2 puntos)*

Al igual que antes, hay que tener cuidado con los signos –, que se comportan como un factor –1, y si afectan a una suma hay que multiplicarlos por cada sumando, por la propiedad distributiva del producto:

$$2(5-x)-(3-2x)^2=7 \Rightarrow 10-2x-(9-12x+4x^2)=7 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 10-2x-9+12x-4x^2=7 \Rightarrow -4x^2+10x+1=7 \Rightarrow 0=7+4x^2-10x-1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4x^2-10x+6=0 \Rightarrow 2x^2-5x+3=0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{4}=\frac{5\pm 1}{4}=\left\langle \begin{array}{l} =\frac{5-1}{4}=1 \\ =\frac{5+1}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2} \end{array}\right.$$

Tiene dos posibles soluciones: $\boxed{x=1 \text{ ó } x=3/2}$.

5) Resolver el sistema: $\left.\begin{array}{l}3x-2y=-1\\2x+3y=34\end{array}\right\}$ *(1,5 puntos)*

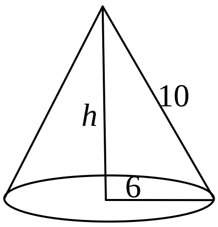
Lo haremos por reducción, que suele ser más cómodo:

$$\left.\begin{array}{l}3x-2y=-1\\2x+3y=34\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{ll}\cdot 3: & 9x-6y=-3\\ \cdot 2: & \underline{4x-6y=68}\end{array}\right\}$$
$$13x \quad =65 \Rightarrow x=65/13=5$$

$$\left.\begin{array}{l}3x-2y=-1\\2x+3y=34\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{ll}\cdot 2: & 6x-4y=-2\\ \cdot(-3): & \underline{-6x-9y=-102}\end{array}\right\}$$
$$-13y=-104 \Rightarrow y=104/13=8$$

Tiene solución <u>única</u>: $\boxed{x=5 \text{ con } y=8}$.

6) El radio de un cono mide 6 *cm* y la generatriz, 10 cm. Calcular su área total y su volumen. *(1,5 puntos)*



El radio $r=6$, la generatriz $g=10$ y la altura h, forman un triángulo rectángulo. Por el *Teorema de Pitágoras* podemos hallar la altura, que es un cateto de dicho triángulo:

$$h=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8\ cm$$

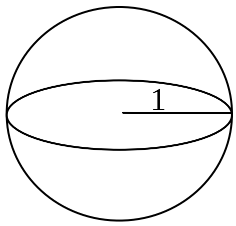
Por tanto:

$$\boxed{A_{total}=}A_{base}+A_{lateral}=\pi r^2+\pi rg\approx$$
$$\approx 3{,}14\cdot 36+3{,}14\cdot 6\cdot 10=\boxed{301{,}44\ cm^2}$$
$$\boxed{V=}\frac{1}{3}\pi r^2 h\approx\frac{1}{3}3{,}14\cdot 36\cdot 8=\boxed{301.44\ cm^3}$$

7) El radio de una esfera mide 1 *m*. Calcular su área lateral y su volumen. *(1 punto)*

Al no tener bases, el área lateral y el área total en la esfera coinciden.

$$\boxed{A_{total}=}4\pi r^2\approx 4\cdot 3{,}14\cdot 1^2=\boxed{12{,}56\ m^2}$$
$$\boxed{V=}\frac{4}{3}\pi r^3\approx\frac{4}{3}3{,}14\cdot 1^3\approx\boxed{4{,}19\ m^3}$$



NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **calculadora**. No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones será penalizado**.

1) Simplificar las siguientes expresiones hasta un punto razonable (eliminar paréntesis, bases números primos y exponentes positivos): *(1,5 ptos)*
   a) $(-2^{20})^5 =$
   b) $(-1)^{1001} =$
   c) $(-2000)^0 =$
   d) $-2000^0 =$
   e) $0^{2000} =$
   f) $-(-2)^{20} =$
   g) $-(-2^{20}) =$
   h) $\dfrac{-1}{3^{-30}} =$

2) Sacar factor común de numerador y denominador, si se puede, y simplificar: *(1 pto)*

$$\frac{2x^3y}{6x^3y^3+2x^3y}$$

3) Resolver la siguiente ecuación: *(1,5 puntos)*

$$\frac{38}{3}-4\frac{2-3x}{6}=\frac{5}{3}-\frac{3x-2}{3}$$

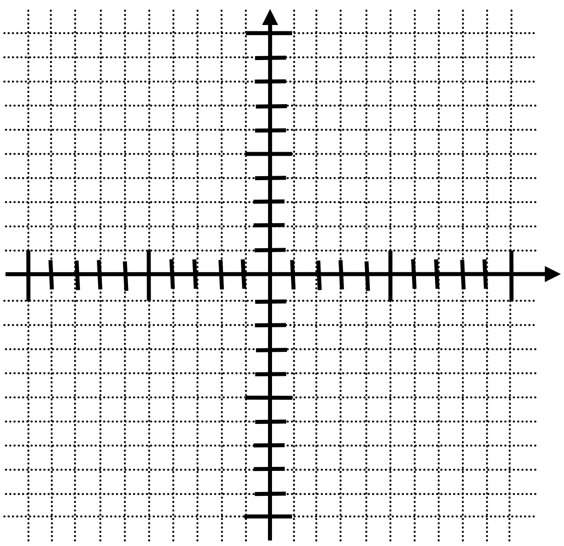
4) Simplificar la expresión: $2(5-2x)-(2x-3)^2-1$ *(1 punto)*

5) Resolver las siguientes ecuaciones: *(1,5 puntos)*
   a) $-2x^2+3x+9=0$
   b) $-2x^2-3x=0$
   c) $-2x^2+8=0$

6) Resolver el sistema: $\left.\begin{array}{l}3x-2y=15\\2x+3y=36\end{array}\right\}$ *(1,5 puntos)*

7) El radio de un cono mide 15 cm y la generatriz, 17 cm. Calcular su altura y su volumen (aproximar π con dos decimales). *(1 punto)*

8) Dibujar la gráfica de $y = -x^2 - 6x - 5$, rellenando, al menos, la siguiente tabla de valores: *(1 punto)*



x	y
–6	
–5	
–4	
–3	
–2	
–1	
0	

SOLUCIONES

1) Simplificar las siguientes expresiones hasta un punto razonable (eliminar paréntesis, bases números primos y exponentes positivos): *(1,5 ptos)*

a) $(-2^{20})^5 = -2^{100}$
b) $(-1)^{1001} = -1$
c) $(-2000)^0 = 1$
d) $-2000^0 = -1$
e) $0^{2000} = 0$
f) $-(-2)^{20} = -2^{20}$
g) $-(-2^{20}) = 2^{20}$
h) $\dfrac{-1}{3^{-30}} = -\dfrac{1}{3^{-30}} = -3^{30}$

2) Sacar factor común de numerador y denominador, si se puede, y simplificar: *(1 pto)*

$$\frac{2x^3y}{6x^3y^3+2x^3y}$$

$$\frac{2x^3y}{6x^3y^3+2x^3y} = \frac{2x^3y}{2x^3y(3y^2+1)} = \boxed{\frac{1}{3y^2+1}}$$

3) Resolver la siguiente ecuación: *(1,5 puntos)*

$$\frac{38}{3} - 4\frac{2-3x}{6} = \frac{5}{3} - \frac{3x-2}{3}$$

$$\frac{38}{3} - 4\frac{2-3x}{6} = \frac{5}{3} - \frac{3x-2}{3} \Rightarrow \frac{38}{3} - 2\frac{2-3x}{3} = \frac{5-(3x-2)}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{38}{3} - \frac{2(2-3x)}{3} = \frac{5-(3x-2)}{3} \Rightarrow \frac{38-2(2-3x)}{3} = \frac{5-(3x-2)}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 38 - 4 + 6x = 5 - 3x + 2 \Rightarrow 34 + 6x = 7 - 3x \Rightarrow 6x + 3x = 7 - 34 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9x = -27 \Rightarrow \boxed{x =} \frac{-27}{9} = \boxed{-3}$$

4) Simplificar la expresión: $2(5 - 2x) - (2x - 3)^2 - 1$ *(1 punto)*

$$2(5 - 2x) - (2x - 3)^2 - 1 = 10 - 4x - (4x^2 - 12x + 9) - 1 = 9 - 4x - 4x^2 + 12x - 9 =$$
$$= \boxed{-4x^2 + 8x}$$

5) Resolver las siguientes ecuaciones: *(1,5 puntos)*

a) $-2x^2 + 3x + 9 = 0$

$$-2x^2 + 3x + 9 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9+72}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{4} =$$

$$= \frac{3 \pm 9}{4} = \left\langle \begin{array}{l} = \dfrac{3-9}{4} = -\dfrac{6}{4} = -\dfrac{3}{2} \\ = \dfrac{3+9}{4} = \dfrac{12}{4} = 3 \end{array} \right.$$

Dos soluciones: $\boxed{x = -3/2 \text{ ó } x = 3}$.

b) $-2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(2x + 3) = 0 \Rightarrow$ (Un producto vale 0 si, y sólo si algún factor vale 0): $\begin{cases} x = 0 \\ ó \\ 2x+3=0 \Rightarrow x = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$

Dos soluciones: $\boxed{x = 0 \text{ ó } x = -3/2}$.

c) $-2x^2 + 8 = 0 \Rightarrow 8 = 2x^2 \Rightarrow \frac{8}{2} = x^2 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

Dos soluciones: $\boxed{x = -2 \text{ ó } x = 2}$.

6) Resolver el sistema: $\left.\begin{matrix} 3x - 2y = 15 \\ 2x + 3y = 36 \end{matrix}\right\}$ *(1,5 puntos)*

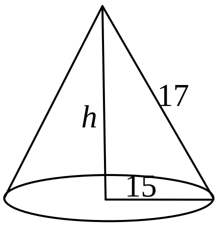
Lo haremos por reducción, que suele ser más cómodo:

$$\left.\begin{matrix} 3x - 2y = 15 \\ 2x + 3y = 36 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} \cdot 3: & 9x - 6y = 45 \\ \cdot 2: & \underline{4x + 6y = 72} \end{matrix}\right\}$$
$$13x \quad = 117 \Rightarrow x = 117/13 = 9$$

$$\left.\begin{matrix} 3x - 2y = 15 \\ 2x + 3y = 36 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} \cdot 2: & 6x - 4y = 30 \\ \cdot(-3): & \underline{-6x - 9y = -108} \end{matrix}\right\}$$
$$-13y = -78 \Rightarrow y = 78/13 = 6$$

Tiene solución <u>única</u>: $\boxed{x = 9 \text{ con } y = 6}$.

7) El radio de un cono mide 15 *cm* y la generatriz, 17 cm. Calcular su altura y su volumen (aproximar π con dos decimales). *(1 punto)*



El radio $r = 15$, la generatriz $g = 17$ y la altura h, forman un triángulo rectángulo. Por el *Teorema de Pitágoras* podemos hallar la altura, que es un cateto de dicho triángulo:

$$h = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{289 - 225} = \sqrt{64} = 8\ cm$$

Por tanto:

$$\boxed{V =} \frac{1}{3}\pi r^2 h \approx \frac{1}{3} 3{,}14 \cdot 225 \cdot 8 = \boxed{1884\ cm^3}$$

8) Dibujar la gráfica de $y = -x^2 - 6x - 5$, rellenando, al menos, la siguiente tabla de valores: *(1 punto)*

El *eje* de simetría de la parábola, que es *cóncava* estará en $x = 6/(-2) = -3$. La tabla de valores rellena es la siguiente, y la gráfica, la que se adjunta.

x	y
–7	–12
–6	–5
–5	0
–4	3
–3	4
–2	3
–1	0
0	–5
1	–12