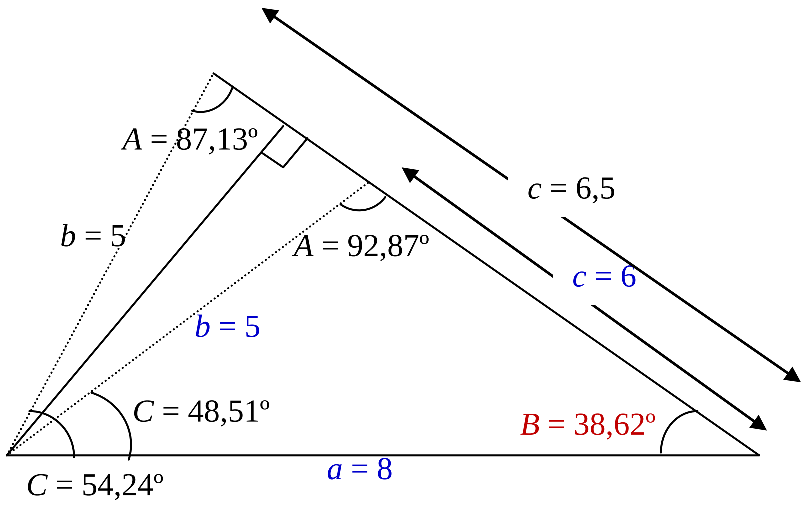
¿TEOREMA DEL SENO O DEL COSENO?



El *Teorema del seno* es más cómodo de usar que el *Teorema del coseno* para la resolución de triángulos rectángulos. Pero, a veces, hay que usar el *Teorema del coseno* y no hay otra posibilidad, porque el del *seno* introduce soluciones falsas y no siempre se detectan. Cuando la suma de los ángulos del triángulo que se está resolviendo es mayor de 180º, está claro que la solución no es válida. Pero no siempre ocurre así, por lo que hemos de utilizar el *Teorema del coseno* obligatoriamente.

Veámoslo con un ejemplo, que tenemos en el gráfico. Se trata de resolver un triángulo del que nos dan los lados: $a = 8$, $b = 5$ y $c = 6$. Comenzamos aplicando el *Teorema del coseno* para hallar uno de los ángulos (no tenemos otra posibilidad):

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \;\Rightarrow\; 5^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cos B \;\Rightarrow\; B = 38{,}62^{\text{o}}$$

Ahora ya conocemos a, b, c y B. Para hallar A podemos volver a usar el *Teorema del coseno* o podemos, también, usar el del *seno*. Si hemos empezado por el *Teorema del coseno* sabemos que hay una única posibilidad para el triángulo buscado, porque dicho teorema da una única solución. Y es por ello que ahora hemos de volver a usar el del coseno. Haciéndolo así:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \;\Rightarrow\; 8^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cos A \;\Rightarrow\; A = 92{,}87^{\text{o}}$$

que es la solución auténtica, según deducimos del gráfico.
Porque si hubiésemos optado por usar el *Teorema del Seno* para calcular A, tendríamos dos soluciones:

$$\frac{8}{\text{sen } A} = \frac{5}{\text{sen } 38{,}62^{\text{o}}} \;\Rightarrow\; \begin{cases} A = 87{,}13^{\text{o}} \Rightarrow C = 54{,}24^{\text{o}} \Rightarrow \dfrac{8}{\text{sen } 87{,}13} = \dfrac{c}{\text{sen } 54{,}24} \Rightarrow c = 6{,}5 \\ \text{ó} \\ A = 92{,}87^{\text{o}} \Rightarrow C = 48{,}51^{\text{o}} \Rightarrow \dfrac{8}{\text{sen } 87{,}13} = \dfrac{c}{\text{sen } 48{,}51} \Rightarrow c = 6 \end{cases}$$

Y es que hay otro triángulo con $a = 8$, $b = 5$, $B = 38{,}62^{\text{o}}$, que es el que tiene $A = 87{,}13^{\text{o}}$. El *Teorema del seno* nos da los dos triángulos posibles, pero sólo uno de ellos verifica las condiciones iniciales del problema: $c = 6$.

Luego cuando se comienza obligatoriamente con el *Teorema del coseno* hay una única solución para el triángulo, de modo que si podemos optar, en los cálculos posteriores para resolver el triángulo, por usar el *Teorema del seno* o el *del coseno*, hay que elegir el *del coseno*, para evitar soluciones falsas que no sean detectables porque sus ángulos no sumen más de 180º.