Segundo trimestre – 1º Bach CCSS **06 de febrero de 2013**

Primer examen 2ª evaluación

NOMBRE: ____

1) Resolver: $\frac{x}{x+1}-\frac{3}{x-1}=\frac{-6}{x^2-1}$ *(1,5 puntos)*

2) Resolver: $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$ *(1,5 puntos)*

3) Resolver el sistema siguiente: $\left.\begin{array}{l} 3(x-2)\leq \frac{4-2x}{3} \\ -x^2+3x\leq 0 \end{array}\right\}$ *(1,5 puntos)*

4) Dibujar el recinto delimitado por las inecuaciones siguientes y encontrar sus vértices: $y + 2x \geq 2$; $2y - 3x \geq -3$; $3y - x \leq 6$ *(1,5 puntos)*

5) Hallar el dominio de $y=\sqrt{\frac{x^2-2x}{x+3}}$ *(1,5 puntos)*

6) Decir si es par, impar o ninguna de las dos cosas la función siguiente, y encontrar sus intersecciones con los ejes de coordenadas: $y=\frac{3x^2-12}{2x}$ *(1 punto)*

7) Calcular los siguientes límites: *(1,5 puntos)*

   a) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x}-2}{3-\sqrt{x+7}}$

   b) $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{\sqrt{2x}-2}{3-\sqrt{x+7}}$

   c) $\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{\sqrt{2x}-2}{3-\sqrt{x+7}}$

SOLUCIONES

1) Resolver: $\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{-6}{x^2-1}$ *(1,5 puntos)*

$$\frac{x}{x+1}-\frac{3}{x-1}=\frac{-6}{x^2-1} \quad\Rightarrow\quad \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)}-\frac{3(x+1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{-6}{(x-1)(x+1)}$$

Esta igualdad será cierta cuando los numeradores coincidan. Pero para valores que no anulen el denominador, como veremos más adelante:

$$x^2-x-3(x+1)=-6 \;\Rightarrow\; x^2-x-3x-3+6=0 \;\Rightarrow\; x^2-4x+3=0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad x=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm2}{2}=\left\langle\begin{array}{l}=\frac{2}{2}=1\\=\frac{6}{2}=3\end{array}\right.$$

Pero en las ecuaciones donde la x está en el denominador hay que validar las soluciones obtenidas, comprobando que no anulan ningún denominador en la ecuación original. En este caso, $x=1$ no es válida por tal motivo. Luego la única solución es: $\boxed{x=3}$.

2) Resolver: $x^6-9x^3+8=0$ *(1,5 puntos)*

Es una ecuación similar a las bicuadradas. Hacemos el *cambio de incógnita*: $\boxed{t=x^3}$, con lo que $t^2=x^6$, quedando la ecuación como:

$$t^2-9t+8=0 \;\Rightarrow\; t=\frac{9\pm\sqrt{81-32}}{2}=\frac{9\pm7}{2}=\left\langle\begin{array}{l}=\frac{2}{2}=1\\=\frac{16}{2}=8\end{array}\right.$$

Deshacemos el cambio:

- $t=1 \;\Rightarrow\;$ Como $t=x^3$: $x^3=1 \;\Rightarrow\; x=\sqrt[3]{1}=1$
- $t=8 \;\Rightarrow\;$ Como $t=x^3$: $x^3=8 \;\Rightarrow\; x=\sqrt[3]{8}=2$

Tiene, pues, dos soluciones: $\boxed{x=1 \text{ ó } x=2}$.

3) Resolver el sistema siguiente: $\left.\begin{array}{r}3(x-2)\le\dfrac{4-2x}{3}\\-x^2+3x\le0\end{array}\right\}$ *(1,5 puntos)*

Resolvemos cada inecuación por separado. La solución del sistema serán los valores de x que sean solución de las dos inecuaciones a la vez.

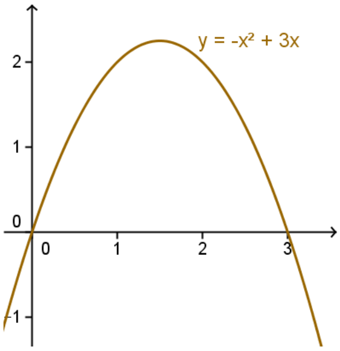
$$3(x-2)\le\frac{4-2x}{3} \;\Rightarrow\; 9(x-2)\le4-2x \;\Rightarrow\; 9x-18+2x\le4 \;\Rightarrow\; 11x\le22 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad x\le2$$

Para resolver la segunda inecuación, emplearemos un método gráfico. Dibujamos un esbozo de la parábola $y=-x^2+2x$. Al tener coeficiente de x^2 negativo, la parábola es *cóncava*, es decir, se abre hacia abajo, con un máximo. Y corta al eje OX en:

$$-x^2+3x=0 \;\Rightarrow\; x^2-3x=0 \;\Rightarrow\; x(x-3)=0 \;\Rightarrow\; \begin{cases}x=0\\ó\\x-3=0\Rightarrow x=3\end{cases}$$

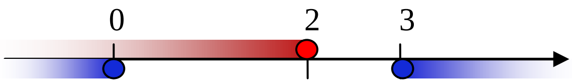
porque un producto vale 0 si, y sólo si alguno de los factores se anula. Luego los cortes buscados son (0, 0) y (3, 0). De este modo la gráfica de la parábola debe ser, aproximadamente, la de la figura.



Como lo que buscamos son los valores de x tales que $-x^2 + 3x \leq 0$, y hemos llamado $y = -x^2 + 3x$, nuestro problema es localizar los valores de x que hacen que $y \leq 0$. La gráfica nos da la relación entre x e y. Al examinarla, encontramos que los valores de x buscados son los que hacen que las ramas de la parábola estén bajo el eje OX, incluyendo éste, pues se permite que $y = 0$. Así, la solución de la inecuación es:

$$x \in (-\infty, 0] \cup [3, +\infty)$$

Dibujamos sobre la recta real las soluciones de una y otra inecuación:



De donde deducimos que los valores de x que verifican las dos condiciones simultáneamente, y constituyen, por tanto, la solución, son:

$$\boxed{x \in (-\infty, 0]}$$

4) Dibujar el recinto delimitado por las inecuaciones siguientes y encontrar sus vértices: $y + 2x \geq 2$; $2y - 3x \geq -3$; $3y - x \leq 6$ *(1,5 puntos)*

- Para trazar la recta $y + 2x = 2 \iff y = -2x + 2$ usamos una pequeña tabla de valores:

x	0	1
y	2	0

  Como la inecuación equivale a $y \geq -2x + 2$, los puntos que nos interesan son los que están *por encima* de la recta. Lo indicamos en el gráfico con unas flechitas.

- Para trazar la recta $2y - 3x = -3 \iff y = \dfrac{3x-3}{2}$ usamos:

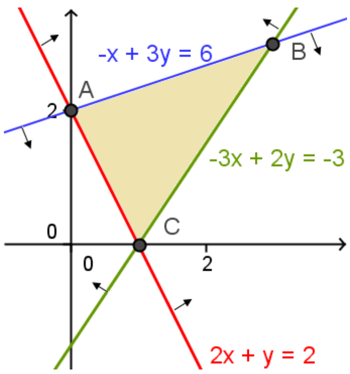
x	0	1
y	–3/2	0

  Como la inecuación equivale a $y \geq \dfrac{3x-3}{2}$, los puntos que nos interesan son los que están *por encima* de la recta.

- Para trazar la recta $3y - x = 6 \iff y = \dfrac{x+6}{3}$ usamos:

x	0	–6
y	2	0

  Como la inecuación equivale a $y \leq \dfrac{x+6}{3}$, los puntos que nos interesan son los que están *por debajo* de la recta.



Así, el recinto es el de la figura adjunta.

Calculamos las coordenadas de los vértices.

- $\boxed{A(0, 2)}$, puesto que lo tenemos de las tablas de valores que hemos usado para construir el recinto.
- $\boxed{C(1, 0)}$, por idéntica razón.
- Para el cálculo de B resolvemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} -x+3y=6 \\ -3x+2y=-3 \end{array}\right\}\cdot(-3):\quad \left.\begin{array}{r} 3x-9y=-18 \\ \underline{-3x+2y=-3} \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} \text{Se sustituye en la 1ª ec}: \\ -x+9=6 \Rightarrow 9-6=x \Rightarrow \\ \Rightarrow x=3 \end{array}$$

$$-7y=-21 \Rightarrow y=3$$

Luego $\boxed{B(3,\,3)}$.

5) Hallar el dominio de $y=\sqrt{\dfrac{x^2-2x}{x+3}}$ *(1,5 puntos)*

El dominio lo constituyen los valores de x para los que existe imagen. Por tener una raíz, serán, por tanto, las soluciones de la inecuación:

$$\frac{x^2-2x}{x+3}\ge 0$$

lo que incluye que el denominador no se anule (si lo hiciese, tampoco existiría imagen). Resolvamos esta inecuación.

- Descomponemos factorialmente y calculamos las raíces de los polinomios del numerador y del denominador:

$$x^2-2x=0 \iff x(x-2)=0 \iff \begin{cases} x=0 \\ ó \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

porque un producto vale 0 si, y sólo si alguno de los factores es 0. Tenemos la descomposición factorial y las raíces, en los dos últimos pasos.

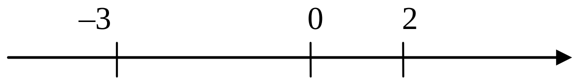
$$x+3=0 \iff x=-3$$

Por consiguiente, la inecuación se transforma en:

$$\frac{x(x-2)}{x+3}\ge 0$$

lo que nos lleva a evaluar el signo de esa expresión.

- Dividimos R en intervalos mediante las raíces obtenidas:



Evaluamos el signo de la expresión en cada uno de los intervalos resultantes. Para ello, basta con elegir un valor cualquiera de x en cada intervalo, porque el signo será el mismo, en ese intervalo, para cualquier valor de x que elijamos:

	$(-\infty,-3)$	-3	$(-3,0)$	0	$(0,2)$	2	$(2,+\infty)$
$x+3$	–	0	+	…	+	…	+
x	–	…	–	0	+	…	+
$x-2$	–	…	–	…	–	0	+
$\dfrac{x(x-2)}{x+3}$	–	$\nexists$	+	0	–	0	+
¿Sirven? →	No	No	Si	Si	No	Si	Si

Luego la solución de la inecuación y, por tanto, el dominio de la función es:

$$\boxed{D(f)=(-3,\,0]\cup[2,\,+\infty)}$$

6) Decir si es par, impar o ninguna de las dos cosas la función siguiente, y encontrar sus intersecciones con los ejes de coordenadas: $y=\dfrac{3x^2-12}{2x}$ *(1 punto)*

$$f(x) = \frac{3x^2-12}{2x}; \qquad -f(x) = -\frac{3x^2-12}{2x}$$

$$f(-x) = \frac{3(-x)^2-12}{2(-x)} = \frac{3x^2-12}{-2x} = -\frac{3x^2-12}{2x} = -f(x).$$

Luego, la función $\boxed{\text{es impar}}$.

- Intersección con OY: $x = 0 \Rightarrow y = \dfrac{3\cdot 0^2-12}{2\cdot 0}$, que no existe, porque no se puede dividir entre 0. Sucede que $x = 0$ no pertenece al dominio de la función. Por tanto, $\boxed{\text{no tiene intersección con OY}}$.
- Intersección con OX: $y = 0 \Rightarrow \dfrac{3x^2-12}{2x} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 = 4$ $\Rightarrow x = -2$ ó $x = 2$. $\boxed{\text{Tiene dos cortes: } (-2, 0) \text{ y } (2, 0)}$.

7) Calcular los siguientes límites: *(1,5 puntos)*

a) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{2x}-2}{3-\sqrt{x+7}}$

Este límite produce la indeterminación 0/0, con raíces dentro de restas. Para eliminar la indeterminación hay que multiplicar y dividir por los conjugados de dichas restas:

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{2x}-2}{3-\sqrt{x+7}} = \lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{2x}-2}{3-\sqrt{x+7}} \cdot \frac{\sqrt{2x}+2}{\sqrt{2x}+2} \cdot \frac{3+\sqrt{x+7}}{3+\sqrt{x+7}} =$$

Efectuamos *sólo* los productos de los conjugados, que son *suma por diferencia*, con lo que eliminamos las raíces dentro de restas:

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(2x-4)(3+\sqrt{x+7})}{(9-(x+7))(\sqrt{2x}+2)} = \lim_{x\to 2} \frac{2(x-2)(3+\sqrt{x+7})}{(9-x-7)(\sqrt{2x}+2)} =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{2(x-2)(3+\sqrt{x+7})}{(2-x)(\sqrt{2x}+2)} =$$

Factorizamos los polinomios que han resultado. El del numerador es fácil, porque basta con sacar 2 como factor común. El denominador también, pues podemos extraer –1 factor común. Si no nos damos cuenta de esto último, podemos efectuar una división por Ruffini (un único paso, una única división) probando el número al que tiende x, y obtendremos *siempre* la descomposición que nos hace falta.

$$= \lim_{x\to 2} \frac{2(x-2)(3+\sqrt{x+7})}{-(-2+x)(\sqrt{2x}+2)} = \lim_{x\to 2} \frac{2(x-2)(3+\sqrt{x+7})}{-(x-2)(\sqrt{2x}+2)} =$$

Simplificamos los factores $x - 2$, causantes de la indeterminación 0/0, sustituimos y terminamos. Al sustituir, ya no escribimos *lim* delante de la expresión:

$$= \lim_{x\to 2} \frac{2(3+\sqrt{x+7})}{-(\sqrt{2x}+2)} = \frac{2(3+\sqrt{9})}{-(\sqrt{4}+2)} = \frac{2\cdot 6}{-4} = \boxed{-3}$$

b) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{2x}-2}{3-\sqrt{x+7}}$

Tenemos la indeterminación ∞/∞. En un cociente, sólo el término de mayor grado del numerador y el del denominador son los que deciden el resultado, pues el resto de términos del numerador son despreciables frente al de mayor grado del numerador y lo mismo sucede con el denominador, cuando x tiende a ∞ y va tomando valores enormemente grandes. Por tanto:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2x}-2}{3-\sqrt{x+7}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2x}}{-\sqrt{x}} = \lim_{x\to+\infty}\left(-\sqrt{\frac{2x}{x}}\right) = \lim_{x\to+\infty}\left(-\sqrt{2}\right) = \boxed{-\sqrt{2}}$$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{2x}-2}{3-\sqrt{x+7}}$

Este límite $\boxed{\text{no existe}}$, porque al acercarnos a $-\infty$ tenemos que darle a x valores negativos, por lo que no van a existir las raíces cuadradas.

Segundo trimestre – 1º Bach CCSS
Primer examen 2ª evaluación (examen especial)

NOMBRE: ____

1. (1,5 puntos). Calcular el dominio de: $f(x)=\sqrt{x^3-3x^2-4x+12}$

2. (1,5 puntos) Resolver: $\dfrac{3x}{2x+x^2}-\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{2+x}=0$

3. (2,5 puntos). Resolver el sistema de inecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} x^2-9\leq 0 \\ x^2-x-6>0 \end{cases}$$

4. (2 puntos). Dada la función $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-x-2}$ obtener:

- **a)** Puntos de corte con los ejes.
- **b)** Dominio de la función.
- **c)** Estudiar si es par, impar o ninguna de las dos cosas.

5. (2,5 puntos) Calcular los siguientes límites:

- **a)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^3-4x}{3x-1}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3-4x}{3x-1}$; $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-4x}{3x-1}$
- **b)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-4x}{3x^3-1}$
- **c)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{2x^3-7x^2+9}{2x-6}$
- **d)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{2-\sqrt{2x}}$
- **e)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{2-\sqrt{2x}}$

Segundo trimestre – 1º Bach CCSS **27 de febrero de 2013**

Examen Global 2ª evaluación

NOMBRE: ____

1ª EVALUACIÓN: □ APROBADA □ SUSPENDIDA (Marcar lo correcto)

1) **(No para quienes tienen la 1ª evaluación suspendida)** Hallar el dominio de la función: $y=\sqrt{\dfrac{x-4}{x^2-4}}$ *(1,5 puntos)*

2) Dada la función $y=\dfrac{x^2}{x-2}$, se pide: *(3 puntos)*
   a) Intersecciones con los ejes de coordenadas
   b) **(No para quienes tienen la 1ª evaluación suspendida)** Decir si es par, impar o ninguna de las dos cosas
   c) Calcular sus asíntotas

3) Estudiar la continuidad de la función siguiente, clasificando sus discontinuidades y hallando el valor que debe tomar a para que sea continua en $x = 2$: *(1,5 puntos)*

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x-1} & si \quad x<2\\ ax^2-2 & si \quad x\geq 2\end{cases}$$

4) Calcular los siguientes límites: *(2 puntos)*
   a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{6x^3-11x^2-4x+4}{3-\sqrt{x+7}}$
   b) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{3x}+2x}{3-\sqrt{x^2+7}}$

5) Derivar y simplificar: *(2 puntos)*
   a) $y = 2(7x^3 - 3x)^6$
   b) $y=\dfrac{3x^2-12}{x-1}$
   c) $y=\sqrt{2x^2+1}$
   d) $y = (x + 1)e^{2x+1}$

6) **(Sólo para quienes tienen la 1ª evaluación suspendida)** Resolver *y clasificar* por el método de Gauss en forma matricial (no será válida ninguna otra forma): *(1,5 puntos)*

$$\left.\begin{aligned}3x-2y+3z&=1\\6x-3y+2z&=-5\\3x-y-z&=-6\end{aligned}\right\}$$

7) **(Sólo para quienes tienen la 1ª evaluación suspendida)** Resolver el siguiente sistema de ecuaciones: *(1 punto)*

$$\left.\begin{aligned}\log x^3-\log y^2&=3\\x^2y^5&=100\end{aligned}\right\}$$

SOLUCIONES

1) **(No para quienes tienen la 1ª evaluación suspendida)** Hallar el dominio de la función: $y = \sqrt{\dfrac{x-4}{x^2-4}}$ *(1,5 puntos)*

Para que exista la raíz cuadrada, el radicando debe ser mayor que cero. El dominio lo constituirán, pues, las soluciones de la siguiente inecuación, lo que incluye ya que el denominador sea no nulo:

$$\frac{x-4}{x^2-4} \geq 0$$

Para resolverla, descomponemos factorialmente numerador y denominador y anotamos las raíces de uno y otro.

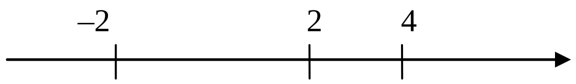
- $x - 4 = 0 \;\Leftrightarrow\; x = 4$, y ya está factorizado.
- $x^2 - 4 = 0 \;\Leftrightarrow\; x^2 = 4 \;\Leftrightarrow\; x = \pm 2$, y la factorización es: $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$.

Con las factorizaciones, la inecuación a resolver es:

$$\frac{x-4}{(x-2)(x+2)} \geq 0$$

Eso significa que hay que encontrar los valores de x que hacen que la expresión del primer miembro sea positiva o nula.

Dividimos R en intervalos mediante las raíces obtenidas y creamos el siguiente cuadro. En cada uno de los intervalos resultantes, cualquier valor de x que elijamos producirá el mismo signo para cada uno de los factores que participan en la inecuación y, por tanto, en la expresión cuyo signo evaluamos:



	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, 2)$	2	$(2, 4)$	4	$(4, +\infty)$
$x+2$	–	0	+	…	+	…	+
$x-2$	–	…	–	0	+	…	+
$x-4$	–	…	–	…	–	0	+
$\dfrac{x-4}{(x-2)(x+2)}$	–	∄	+	∄	–	0	+
¿Sirven? →	No	No	Si	No	No	Si	Si

Por tanto, $\boxed{D(f) = (-2, 2) \cup [4, +\infty)}$

2) Dada la función $y = \dfrac{x^2}{x-2}$, se pide: *(3 puntos)*

a) Intersecciones con los ejes de coordenadas

- $x = 0 \;\Rightarrow\; y = \dfrac{0}{-2} = 0 \;\Rightarrow\;$ $\boxed{\text{Corta en } (0, 0)}$.
- $y = 0 \;\Rightarrow\; 0 = \dfrac{x^2}{x-2} \;\Rightarrow\;$ Para que una fracción se anule, debe ser cero el denominador, y comprobar que las soluciones obtenidas no hacen 0 el denominador: $x^2 = 0 \;\Rightarrow\; x = 0 \;\Rightarrow\;$ $\boxed{\text{Corta en } (0, 0)}$, punto que ya teníamos.

b) **(No para quienes tienen la 1ª evaluación suspendida)** Decir si es par, impar o ninguna de las dos cosas

- $f(x) = \dfrac{x^2}{x-2} \Rightarrow -f(x) = -\dfrac{x^2}{x-2}$
- $f(-x) = \dfrac{(-x)^2}{-x-2} = \dfrac{x^2}{-x-2} = \dfrac{x^2}{-(x+2)} = -\dfrac{x^2}{x+2}$, que no coincide ni con $f(x)$ ni con $-f(x)$. Por tanto, $\boxed{\text{no es par ni impar}}$.

c) Calcular sus asíntotas

- AH: $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2}{x-2} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x = \infty \Rightarrow \boxed{\text{No tiene asíntotas horizontales}}$
- AV: Su dominio es: $\mathbb{R} - \{2\}$, ya que $x = 2$ es el único valor que anula el denominador. Ésa es, pues, la única discontinuidad. Entonces, calculamos:

  $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2}{x-2} = \left(\dfrac{4}{0}\right) = \infty \Rightarrow \boxed{\text{La recta } x = 2 \text{ es asíntota vertical}}$

- AO: $m = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\frac{x^2}{x-2}}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2}{x(x-2)} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2}{x^2-2x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2}{x^2} = 1$

  $n = \lim\limits_{x\to\infty} [f(x) - mx] = \lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2}{x-2} - 1\cdot x\right) = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2 - x(x-2)}{x-2} =$

  $= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2 - x^2 + 2x}{x-2} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x}{x-2} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x}{x} = 2$

  Por tanto, $y = 1\cdot x + 2 \Leftrightarrow \boxed{y = x + 2 \text{ es asíntota oblicua}}$

3) Estudiar la continuidad de la función siguiente, clasificando sus discontinuidades y hallando el valor que debe tomar a para que sea continua en $x = 2$: *(1,5 puntos)*

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x-1} & si \quad x < 2 \\ ax^2 - 2 & si \quad x \geq 2 \end{cases}$$

- Zona $(-\infty, 2)$: f coincide con la función $g(x) = \dfrac{2}{x-1}$ que, por ser elemental, es continua en su dominio, siendo éste $\mathbb{R} - \{1\}$, pues $x = 1$ anula el denominador. Como $1 \in (-\infty, 2)$, es también una discontinuidad de f y hay que clasificarla.

  1) $\nexists f(1)$, pues hemos visto que anula el denominador.

  2) $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2}{x-1} = \infty$. Vemos qué sucede a izquierda y derecha de 1:

  $$\lim_{x\to 1^-} \frac{2}{x-1} = -\infty \qquad \lim_{x\to 1^+} \frac{2}{x-1} = +\infty$$

  como puede comprobarse dando valores muy próximos a 1, a izquierda y derecha respectivamente, para averiguar el signo del ∞ en cada caso. En consecuencia, estamos ante una discontinuidad asintótica de salto infinito.

- Zona $(2, +\infty)$: f coincide con $h(x) = ax^2 - 2$, que, al ser elemental, es continua en su dominio. Siendo éste $\mathbb{R}$, no tiene discontinuidades, por lo que f tampoco, en la zona donde coincide con h. Luego f es continua en $(2, +\infty)$.
- $x = 2$: Veamos las tres condiciones de continuidad en un punto:

1) $\exists\, f(2) = a\cdot 2^2 - 2 = 4a - 2$, siendo esta existencia independiente del valor de a.
2) Para calcular $\lim_{x\to 2} f(x)$ estamos obligados a evaluar los dos límites laterales, porque la fórmula de $f(x)$ es diferente si x está a la izquierda o a la derecha de $x = 2$:

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} \frac{2}{x-1} = \frac{2}{1} = 2 \qquad \lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^-} (ax^2 - 2) = 4a - 2$$

El límite completo existirá si, y sólo si existen los dos laterales y coinciden. Lo que nos lleva a que:

$$2 = 4a - 2 \iff 4 = 4a \iff \boxed{a = 1}$$

Esto hará que, además, el límite coincida con $f(2) = 4a - 2 = 4\cdot 1 - 2 = 2$, por lo que la función será continua en $x = 2$. Para otros valores de a los límites laterales existen pero no coinciden, por lo que habría una discontinuidad de salto finito.

En resumen: Si $a = 1$, f es continua en $\mathbb{R} - \{1\}$, presentando una discontinuidad asintótica de salto infinito en $x = 1$. Si $a \neq 1$, además, presentará una discontinuidad de salto finito en $x = 2$.

4) Calcular los siguientes límites: *(2 puntos)*

a) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{6x^3 - 11x^2 - 4x + 4}{3 - \sqrt{x+7}}$

Al sustituir $x = 2$ obtenemos la indeterminación $0/0$. Al existir una raíz dentro de una resta, comenzamos multiplicando y dividiendo por el conjugado de la resta que contiene a la raíz:

$$\lim_{x\to 2} \frac{6x^3 - 11x^2 - 4x + 4}{3 - \sqrt{x+7}} = \lim_{x\to 2} \frac{6x^3 - 11x^2 - 4x + 4}{3 - \sqrt{x+7}} \frac{3 + \sqrt{x+7}}{3 + \sqrt{x+7}} =$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{(6x^3 - 11x^2 - 4x + 4)(3 + \sqrt{x+7})}{3^2 - (\sqrt{x+7})^2} = \lim_{x\to 2} \frac{(6x^3 - 11x^2 - 4x + 4)(3 + \sqrt{x+7})}{9 - (x+7)} =$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{(6x^3 - 11x^2 - 4x + 4)(3 + \sqrt{x+7})}{9 - x - 7} = \lim_{x\to 2} \frac{(6x^3 - 11x^2 - 4x + 4)(3 + \sqrt{x+7})}{2 - x} =$$

Nos sigue apareciendo la indeterminación $0/0$, lo que sabemos sin comprobarlo siquiera porque no hemos simplificado ninguno de los factores que ocasiona los ceros. Para hacerlo, hemos de descomponer los polinomios que aparecen por Ruffini, utilizando como raíz la que conocemos: 2.

$$\begin{array}{c|cccc} & 6 & -11 & -4 & 4 \\ 2 & & 12 & 2 & -4 \\ \hline & 6 & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array} \qquad \begin{array}{c|cc} & -1 & 2 \\ 2 & & -2 \\ \hline & -1 & \boxed{0} \end{array}$$

Sustituyendo:

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(6x^2 + x - 2)(3 + \sqrt{x+7})}{-(x-2)} = \lim_{x\to 2} \frac{(6x^2 + x - 2)(3 + \sqrt{x+7})}{-1} =$$

$$= \frac{(6\cdot 4 + 2 - 2)(3+3)}{-1} = -24\cdot 6 = \boxed{-144}$$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{3x}+2x}{3-\sqrt{x^2+7}}$

Al sustituir, obtenemos ∞/∞. Nos quedamos únicamente, con el término completo de mayor grado en el numerador y, también, en el denominador, porque lo demás resulta despreciable frente al infinito:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{3x}+2x}{3-\sqrt{x^2+7}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{-\sqrt{x^2+7}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{-\sqrt{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{-x} = \boxed{-2}$$

5) Derivar y simplificar: *(2 puntos)*

a) $y = 2(7x^3 - 3x)^6$

$$y' = 2\cdot 6(7x^3-3x)^5(21x^2-3) = 12(21x^2-3)\,(7x^3-3x)^5 =$$
$$= \boxed{(252x^2-36)\,(7x^3-3x)^5}$$

b) $y = \dfrac{3x^2-12}{x-1}$

$$y' = \frac{6x(x-1)-(3x^2-12)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{6x^2-6x-3x^2+12}{(x-1)^2} = \boxed{\frac{3x^2-6x+12}{(x-1)^2}}$$

c) $y = \sqrt{2x^2+1}$

$$y' = \frac{4x}{2\sqrt{2x^2+1}} = \boxed{\frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}}$$

d) $y = (x+1)e^{2x+1}$

$$y' = 1\cdot e^{2x+1} + (x+1)2\,e^{2x+1} = e^{2x+1}[1+2(x+1)] = e^{2x+1}(1+2x+2) =$$
$$= \boxed{e^{2x+1}(2x+3)}$$

6) **(Sólo para quienes tienen la 1ª evaluación suspendida)** Resolver *y clasificar* por el método de Gauss en forma matricial (no será válida ninguna otra forma): *(1 punto)*

$$\left.\begin{aligned} 3x-2y+3z&=1\\ 6x-3y+2z&=-5\\ 3x-y-z&=-6 \end{aligned}\right\}$$

Trabajamos con la *matriz ampliada*:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 & 1\\ 6 & -3 & 2 & -5\\ 3 & -1 & -1 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-2F_1} \begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 & 1\\ 0 & 1 & -4 & -7\\ 0 & 1 & -4 & -7 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3-F_2]{} \begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 & 1\\ 0 & 1 & -4 & -7\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Hemos triangularizado la matriz. Pero, al hacerlo, nos hemos encontrado con la tercera fila de 0. Puede eliminarse y nos quedamos con un sistema triangularizado de 2 ecuaciones con 3 incógnitas. Por tanto es $\boxed{\text{compatible indeterminado}}$. Llamando $z = t$ y pasándola al segundo miembro:

$$\left.\begin{aligned} 3x-2y&=1-3t\\ y&=-7+4t \end{aligned}\right\}$$

La segunda ecuación ya nos proporciona y para cada valor de t que nosotros elijamos libremente. Sustituyendo en la primera:

$$3x-2(-7+4t) = 1-3t \;\Rightarrow\; 3x+14-8t = 1-3t \;\Rightarrow\; 3x = 5t-13 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{5t-13}{3}$$

Las infinitas soluciones obedecen a la estructura:

$$\boxed{\left(\frac{5t-13}{3},\ 4t-7,\ t\right)}$$

7) **(Sólo para quienes tienen la 1ª evaluación suspendida)** Resolver el siguiente sistema de ecuaciones: *(1 punto)*

$$\left.\begin{array}{r} \log x^3 - \log y^2 = 3 \\ x^2 y^5 = 100 \end{array}\right\}$$

Suele ser más fácil hallar los valores de $\log x$ y $\log y$ en lugar de x e y. Así:

$$\left.\begin{array}{r} \log x^3 - \log y^2 = 3 \\ x^2 y^5 = 100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 3\log x - 2\log y = 3 \\ \log x^2 y^5 = \log 100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 3\log x - 2\log y = 3 \\ \log x^2 + \log y^5 = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} 3\log x - 2\log y = 3 \\ 2\log x + 5\log y = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \left.\begin{array}{r} \cdot 5:\quad 15\log x - 10\log y = 15 \\ \cdot 2:\quad 4\log x + 10\log y = 4 \end{array}\right\} \\ \hline \qquad 19\log x \qquad\qquad = 19 \end{array} \Rightarrow \log x = 1$$

Sustituyendo en la segunda:

$$2 \cdot 1 + 5\log y = 2 \quad \Rightarrow \quad 5\log y = 0 \quad \Rightarrow \quad \log y = 0$$

Por tanto:

- $\log x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 10^1 = 10$
- $\log y = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 10^0 = 1$

La solución del sistema es: $\boxed{x = 10 \ \text{ con } \ y = 1}$.

NOMBRE: ____

Para aprobar el examen se requiere obtener al menos 1,2 puntos en el ejercicio 9.
Los resultados deben simplificarse al máximo.

1) Simplificar las siguientes expresiones, racionalizando el denominador, en su caso:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{x^{10}}}{x^2\sqrt[3]{x^4}}$ *(0,5 puntos)*

b) $\dfrac{\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{\sqrt{3}+2\sqrt{5}}$ *(0,5 puntos)*

2) Calcular 37^2. Sin calculadora, factorizar $Q(x) = 6x^3 - 13x^2 - 48x + 55$ *(1 punto)*

3) Resolver las ecuaciones:

a) $\dfrac{x-3}{x+3}-\dfrac{x+3}{x-3}=\dfrac{x-2}{x+3}$ *(0,5 puntos)*

b) $5 \log x = 2 + \log \dfrac{x^3}{10}$ *(0,5 puntos)*

4) Discutir y resolver el siguiente sistema aplicando el Método de Gauss en su forma matricial (no será válido ningún otro método o forma):

$$\left.\begin{array}{r} x+3y-z=6 \\ -2x+3y+2z=-3 \\ x-6y-z=-3 \end{array}\right\}$$ *(1 punto)*

5) Hallar el dominio de la función $y=\sqrt{\dfrac{x+3}{x^2-4x}}$ *(1 punto)*

6) Calcular las asíntotas de $y=\dfrac{x^2-4x}{x+3}$ *(1 punto)*

7) Calcular los siguientes límites: *(1 punto)*

a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{6x^3-13x^2-48x+55}{3-\sqrt{x+8}}$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{3x}+3x}{1-\sqrt{x^2+7x}}$

8) Estudiar la continuidad de la siguiente función, clasificando sus discontinuidades:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2}{x-1} & si \quad x<2 \\ \dfrac{2}{x+1} & si \quad x\geq 2 \end{cases}$$ *(1 punto)*

9) Derivar y simplificar: *(2 puntos)*

a) $y = 2(7x^2 - 3x)^5$

b) $y=\dfrac{x-1}{3x^4-2}$

c) $y = \text{sen}\sqrt{2x}$

d) $y = e^{2x+1}\ln 3x$

SOLUCIONES

1) Simplificar las siguientes expresiones, racionalizando el denominador, en su caso:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{x^{10}}}{x^2\sqrt[3]{x^4}}$ *(0,5 puntos)*

$$\frac{\sqrt[4]{x^{10}}}{x^2\sqrt[3]{x^4}} = \frac{\sqrt{x^5}}{x^2\sqrt[3]{x^3 x}} = \frac{\sqrt{x^4 x}}{x^2 x\sqrt[3]{x}} = \frac{x^2\sqrt{x}}{x^3\sqrt[3]{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x\sqrt[3]{x}}\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{\sqrt{x}\sqrt[3]{x^2}}{x\sqrt[3]{x^3}} =$$
$$= \frac{\sqrt[6]{x^3}\sqrt[6]{x^4}}{x\,x} = \frac{\sqrt[6]{x^7}}{x^2} = \frac{x\sqrt[6]{x}}{x^2} = \boxed{\frac{\sqrt[6]{x}}{x}}$$

b) $\dfrac{\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{\sqrt{3}+2\sqrt{5}}$ *(0,5 puntos)*

$$\frac{\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{\sqrt{3}+2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{\sqrt{3}+2\sqrt{5}}\,\frac{\sqrt{3}-2\sqrt{5}}{\sqrt{3}-2\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{3}-2\sqrt{5})^2}{(\sqrt{3})^2-(2\sqrt{5})^2} = \frac{3-4\sqrt{15}+4{\cdot}5}{3-4{\cdot}5} =$$
$$= \frac{23-4\sqrt{15}}{-17} = \boxed{\frac{4\sqrt{15}-23}{17}}$$

2) Calcular 37^2. Sin calculadora, factorizar $Q(x) = 6x^3 - 13x^2 - 48x + 55$ *(1 punto)*

$\boxed{37^2 = 1369}$

Intentamos, inicialmente, Ruffini:

	6	– 13	– 48	55
1		6	– 7	– 55
	6	– 7	– 55	0

Como no encontramos cómo continuar, resolvemos la correspondiente ecuación de segundo grado para averiguar si tiene más raíces:

$$6x^2 - 7x - 55 = 0 \iff x = \frac{7\pm\sqrt{49+1320}}{12} = \frac{7\pm 37}{12} = \begin{cases} = \dfrac{-30}{12} = -\dfrac{5}{2} \\ = \dfrac{44}{12} = \dfrac{11}{3} \end{cases}$$

Luego $\boxed{P(x) = 6(x-1)(x+5/2)(x-11/3)}$

3) Resolver las ecuaciones:

a) $\dfrac{x-3}{x+3} - \dfrac{x+3}{x-3} = \dfrac{x-2}{x+3}$ *(0,5 puntos)*

$$\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = \frac{x-2}{x+3} \iff \frac{(x-3)^2-(x+3)^2}{(x+3)(x-3)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x+3)(x-3)} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 - (x^2 + 6x + 9) = x^2 - 3x - 2x + 6 \iff$$
$$\iff x^2 - 6x + 9 - x^2 - 6x - 9 = x^2 - 5x + 6 \iff$$
$$\iff -12x = x^2 - 5x + 6 \iff$$
$$\iff 0 = x^2 - 5x + 6 + 12x \iff x^2 + 7x + 6 = 0 \iff$$
$$\iff x = \frac{-7\pm\sqrt{49-24}}{2} = \frac{-7\pm 5}{2} = \begin{cases} = \dfrac{-2}{2} = -1 \\ = \dfrac{-12}{2} = -6 \end{cases}$$

Ambas soluciones son válidas, puesto que no anulan los denominadores iniciales: $\boxed{x = -1 \quad ó \quad x = -6}$.

b) $5 \log x = 2 + \log \dfrac{x^3}{10}$ *(0,5 puntos)*

$$5 \log x = 2 + \log \frac{x^3}{10} \iff 5 \log x = 2 + \log x^3 - \log 10 \iff$$
$$\iff 5 \log x = 2 + 3 \log x - 1 \iff 5 \log x - 3 \log x = 1 \iff 2 \log x = 1 \iff$$
$$\iff \log x = 1/2 \iff x = 10^{1/2} \iff \boxed{x = \sqrt{10}}$$

La solución hallada es válida porque no anula los argumentos de los logaritmos de la ecuación inicial.

4) Discutir y resolver el siguiente sistema aplicando el Método de Gauss en su forma matricial (no será válido ningún otro método o forma):

$$\left.\begin{aligned} x + 3y - z &= 6 \\ -2x + 3y + 2z &= -3 \\ x - 6y - z &= -3 \end{aligned}\right\}$$ *(1 punto)*

Escribimos la matriz ampliada del sistema y realizamos transformaciones elementales para triangularizarla:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 6 \\ -2 & 3 & 2 & -3 \\ 1 & -6 & -1 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3 - F_1]{F_2 + 2F_1} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 6 \\ 0 & 9 & 0 & 9 \\ 0 & -9 & 0 & -9 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3 + F_2]{} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 6 \\ 0 & 9 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Tenemos triangularizado el sistema y, además, la última ecuación la eliminamos, por estar constituida únicamente de 0. Como, después de triangularizar, nos quedan menos ecuaciones (2) que incógnitas (3), estamos ante un <u>sistema *compatible indeterminado*</u>. Hemos de pasar una incógnita al segundo miembro y hacerla actuar como un parámetro con valor arbitrariamente escogido por nosotros. Lo hacemos con z, a la que llamaremos t. Lo resolvemos:

$$\left.\begin{aligned} x + 3y &= 6 + t \\ 9y &= 9 \end{aligned}\right\}$$

- 2ª ecuación: $9y = 9 \Rightarrow y = 1$.
- 1ª ecuación: $x + 3 \cdot 1 = 6 + t \Rightarrow x = 6 + t - 3 \Rightarrow x = 3 + t$

Así que las infinitas ecuaciones del sistema obedecen a la estructura siguiente, en la que eligiendo valores de t obtenemos, cada vez, una solución:

$$\boxed{(3 + t, 1, t)}$$

5) Hallar el dominio de la función $y = \sqrt{\dfrac{x+3}{x^2 - 4x}}$ *(1 punto)*

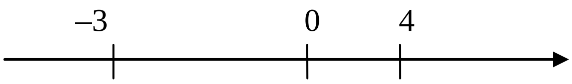
Para que exista imagen, x debe verificar que:

$$\frac{x+3}{x^2 - 4x} \geq 0$$

- Raíces del numerador: $x + 3 = 0 \Rightarrow \underline{x = -3}$. <u>Factorizado: $x + 3$</u>.
- Raíces del denominador: $x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow \underline{x = 0 \text{ ó } x = 4}$. <u>Factorizado: $x(x - 4)$</u>.
- Inecuación resultante con los polinomios factorizados:

$$\frac{x+3}{x(x-4)} \geq 0$$

División de R en intervalos mediante las raíces:



	$(-\infty, -3)$	-3	$(-3, 0)$	0	$(0, 4)$	4	$(4, +\infty)$
$x + 3$	–	0	+	…	+	…	+
$x - 0$	–	…	–	0	+	…	+
$x - 4$	–	…	–	…	–	0	+
$\dfrac{x-3}{x(x-4)}$	–	0	+	∄	–	∄	+
¿Sirven? →	No	Si	Si	No	No	No	Si

Luego: $\boxed{D(f) = [-3, 0) \cup (4, +\infty)}$.

6) Calcular las asíntotas de $y = \dfrac{x^2-4x}{x+3}$ *(1 punto)*

- AH: $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2-4x}{x+3} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} x = \infty \Rightarrow$ $\boxed{\text{No tiene AH}}$.
- AV: La única discontinuidad está en $x = -3$:

  $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2-4x}{x+3} = \left(\dfrac{21}{0}\right) = \infty \Rightarrow$ $\boxed{\text{La recta } x = -3 \text{ es Asíntota vertical}}$.
- AO: $m = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\frac{x^2-4x}{x+3}}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2-4x}{x^2+3x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2}{x^2} = \lim\limits_{x\to\infty} 1 = 1$

  $$n = \lim_{x\to\infty}[f(x) - mx] = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-4x}{x+3} - 1\cdot x\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-4x-x(x+3)}{x+3} =$$

  $$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-4x-x^2-3x}{x+3} = \lim_{x\to\infty} \frac{-7x}{x+3} = \lim_{x\to\infty} \frac{-7x}{x} = -7$$

  Por tanto, $\boxed{y = x - 7 \text{ es asíntota oblicua}}$.

7) Calcular los siguientes límites: *(1 punto)*

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{6x^3-13x^2-48x+55}{3-\sqrt{x+8}}$

Como obtenemos la indeterminación 0/0 y hay una raíz en una resta en el denominador, multiplicamos y dividimos por el conjugado de éste:

$$\lim_{x\to 1} \frac{6x^3-13x^2-48x+55}{3-\sqrt{x+8}} = \lim_{x\to 1} \frac{6x^3-13x^2-48x+55}{3-\sqrt{x+8}} \frac{3+\sqrt{x+8}}{3+\sqrt{x+8}} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(6x^3-13x^2-48x+55)(3+\sqrt{x+8})}{9-(x-8)} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(6x^3-13x^2-48x+55)(3+\sqrt{x+8})}{1-x} =$$

Continúa la misma indeterminación, por lo que factorizamos los polinomios del numerador y del denominador, aprovechando que conocemos una raíz de ambos: 1 (ya que los anula):

	6	– 13	– 48	55
1		6	– 7	– 55
	6	– 7	– 55	0

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(6x^2-7x-55)(3+\sqrt{x+8})}{-(-1+x)} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(6x^2-7x-55)(3+\sqrt{x+8})}{-(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{(6x^2-7x-55)(3+\sqrt{x+8})}{-1} =$$

$$= \frac{(6-7-55)(3+3)}{-1} = \boxed{336}$$

b) $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{3x}+3x}{1-\sqrt{x^2+7x}}$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{3x}+3x}{1-\sqrt{x^2+7x}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3x}{-\sqrt{x^2}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{3x}{-x} = \boxed{-3}$$

8) Estudiar la continuidad de la siguiente función, clasificando sus discontinuidades:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x-1} & si \quad x<2 \\ \dfrac{2}{x+1} & si \quad x\geq 2 \end{cases}$$ *(1 punto)*

- <u>Zona (–∞, 2)</u>: f coincide con $y=\frac{2}{x-1}$ que, al ser elemental, es continua en su dominio. Luego su única discontinuidad está en $x = 1$, que está dentro del intervalo que estudiamos. Así que <u>es continua en todo el intervalo salvo en $x = 1$</u>. Clasificamos esta discontinuidad.
  1) No hay imagen para $x = 1$.
  2) $\lim_{x\to 1} \frac{2}{x-1} = \left(\frac{2}{0}\right) = \infty$; $\lim_{x\to 1^-} \frac{2}{x-1} = -\infty$; $\lim_{x\to 1^+} \frac{2}{x-1} = +\infty$
  Por ello, tiene <u>discontinuidad asintótica de salto infinito en $x = 1$</u>.
- <u>Zona (2, +∞)</u>: f coincide con $y=\frac{2}{x+1}$, cuya única discontinuidad la presenta en $x = -1$, y este punto no está en la zona $\Rightarrow$ <u>f es continua en todo el intervalo</u>.
- <u>$x = 2$</u>:
  1) $\exists f(2) = 2/3$
  2) $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} \frac{2}{x-1} = 2$; $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} \frac{2}{x+1} = \frac{2}{3}$
  Como no coinciden los laterales y son finitos, tenemos una <u>discontinuidad de salto finito en $x = 2$</u>.

Luego :

f es continua en R – {1, 2}, con una discontinuidad asintótica de salto infinito en $x = 1$ y otra de salto finito en $x = 2$.

9) Derivar y simplificar: *(2 puntos)*

a) $y = 2(7x^2 - 3x)^5$

$y' = 2\cdot 5(7x^2 - 3x)^4(14x - 3) = \boxed{10(14x - 3)\,(7x^2 - 3x)^4}$

b) $y = \dfrac{x-1}{3x^4-2}$

$y' = \dfrac{3x^4 - 2 - 12x^3(x-1)}{(3x^4-2)^2} = \dfrac{3x^4 - 2 - 12x^4 + 12x^3}{(3x^4-2)^2} = \boxed{\dfrac{-9x^4 + 12x^3 - 2}{(3x^4-2)^2}}$

c) $y = \operatorname{sen}\sqrt{2x}$

$y' = \dfrac{2}{2\sqrt{2x}}\cos\sqrt{2x} = \boxed{\dfrac{\cos\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}}}$

d) $y = e^{2x+1}\ln 3x$

$y' = 2e^{2x+1}\ln 3x + e^{2x+1}\dfrac{3}{3x} = e^{2x+1}\left(2\ln 3x + \dfrac{1}{x}\right) = \boxed{e^{2x+1}\dfrac{1+2x\ln 3x}{x}}$