CÁLCULO DE FUNCIONES DEPENDIENTES DE PARÁMETROS, CONOCIDOS EXTREMOS RELATIVOS, P. DE INFLEXIÓN, PENDIENTES DE TANGENTES O PUNTOS DE LA GRÁFICA (Resumen)

CONDICIONES RELATIVAS A EXTREMOS RELATIVOS

1) Si $f'(a) = 0$ y $f''(a) > 0 \Rightarrow f$ tiene un mínimo relativo en $(a, f(a))$. Luego para que tenga un mínimo relativo en $x = a$, basta exigir dos condiciones: $f'(a) = 0$ y $f''(a) > 0$.

2) Si $f'(a) = 0$ y $f''(a) < 0 \Rightarrow f$ tiene un máximo relativo en $(a, f(a))$. Luego para que tenga un máximo relativo en $x = a$, basta exigir dos condiciones: $f'(a) = 0$ y $f''(a) < 0$.

3) Si $f'(a) = 0$ y $f''(a) \neq 0 \Rightarrow f$ tiene un extremo relativo en $(a, f(a))$, aunque no sabemos si es *máximo* o *mínimo*. Luego para que tenga un extremo relativo en $x = a$, basta exigir dos condiciones: $f'(a) = 0$ y $f''(a) \neq 0$.

Nótese que para que la función tenga un máximo, mínimo o extremo relativo en un punto sólo se precisa conocer la *abscisa* (la coordenada x) del mismo. Si además nos dan la *ordenada* (la coordenada y), tenemos una condición adicional: que $f(x) = y$.

CONDICIONES RELATIVAS A PUNTOS DE INFLEXIÓN

4) Si $f''(a) = 0$ y $f'''(a) \neq 0 \Rightarrow (a, f(a))$ es un punto de inflexión. Luego para que tenga un punto de inflexión en $x = a$, basta exigir dos condiciones: $f''(a) = 0$ y $f'''(a) \neq 0$.

Nótese que para que la función tenga un punto de inflexión en un punto sólo se precisa conocer la *abscisa* (la coordenada x) del mismo. Si además nos dan la *ordenada* (la coordenada y), tenemos una condición adicional: que $f(x) = y$.

CONDICIONES RELATIVAS A TANGENTES

5) La pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de *abscisa* $x = a$ vale $m = f'(a)$.
Nos pueden dar m de varias formas. Por ejemplo:
   1) la tangente es paralela a $y = mx + n$, de donde tenemos m;
   2) la tangente es horizontal $\Rightarrow m = 0$;
   3) la ecuación de la tangente en $x = a$ es $y = mx + n$, de donde tenemos m, pero, además, tenemos una condición adicional, y es que sabemos que la función pasa por $(a, ma + n)$, porque cuando $x = a$, la recta tangente y la función pasan por el mismo punto (tenemos el punto de tangencia).

Si nos dan la coordenada y del punto de tangencia, tenemos una condición adicional: que $f(x) = y$.

CONDICIONES RELATIVAS A PUNTOS DE LA GRÁFICA

6) Si nos dicen que la gráfica pasa por el punto (x, y), obligamos a que $f(x) = y$.