Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A (Junio 2016)

EJERCICIO 1

Las columnas de la matriz P indican los respectivos precios de tres artículos A_1, A_2 y A_3 en dos comercios, C_1 (fila 1) y C_2 (fila 2): $P = \begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 23 & 25 & 17 \end{pmatrix}$.

Cati desea comprar 2 unidades del artículo A_1, 1 de A_2 y 3 de A_3.
Manuel desea comprar 5 unidades de A_1, 1 de A_2 y 1 de A_3.

Han dispuesto esas compras en la matriz Q: $Q = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) **(1.8 puntos)** Calcule $P \cdot Q^t$ y $Q \cdot P^t$ e indique el significado de los elementos de las matrices resultantes.

b) **(0.7 puntos)** A la vista de lo obtenido en el apartado anterior, ¿dónde les interesa hacer la compra a cada uno?

EJERCICIO 2

a) **(1.2 puntos)** Calcule los valores de a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{b}{2-x} & si \quad x \le 1 \\ ax^2 - 3x + 1 & si \quad x > 1 \end{cases}$$

sea derivable en el punto de abscisa $x = 1$.

b) **(1.3 puntos)** Para $a = 1$ y $b = 2$, estudie su monotonía y determine las ecuaciones de sus asíntotas, si existen.

EJERCICIO 3

Marta tiene dos trajes rojos, un traje azul y uno blanco. Además, tiene un par de zapatos de color rojo, otro de color azul y dos pares blancos. Si decide aleatoriamente qué ponerse, determine las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) **(0.8 puntos)** Llevar un traje rojo y unos zapatos blancos.

b) **(0.9 puntos)** No ir toda vestida de blanco.

c) **(0.8 puntos)** Calzar zapatos azules o blancos.

EJERCICIO 4

Se desea estimar la media de una variable aleatoria Normal cuya desviación típica es 2.5. Para ello, se toma una muestra aleatoria, obteniéndose los siguientes datos:

18 18.5 14 16.5 19 20 20.5 17 18.5 18

a) **(1 punto)** Determine un intervalo de confianza al 96% para la media poblacional.

b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es el error máximo cometido con esa estimación?

c) **(1 punto)** Con el mismo nivel de confianza, si queremos que el error máximo sea inferior a 1, ¿qué tamaño muestral mínimo debemos tomar?

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B **(Junio 2016)**

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un taller fabrica y vende dos tipos de alfombras, de seda y de lana. Para la elaboración de una unidad se necesita un trabajo manual de 2 horas para el primer tipo y de 3 horas para el segundo y de un trabajo de máquina de 2 horas para el primer tipo y de 1 hora para el segundo. Por cuestiones laborales y de planificación, se dispone de hasta 600 horas al mes para el trabajo manual y de hasta 480 horas al mes para el destinado a la máquina.
Si el beneficio por unidad para cada tipo de alfombra es de 150 € Y 100 €, respectivamente, ¿cuántas alfombras de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio? ¿A cuánto asciende el mismo?

EJERCICIO 2

La cantidad, C, que una entidad bancaria dedica a créditos depende de su liquidez, x, según la función

$$C(x) = \begin{cases} \dfrac{150+5x}{100} & \text{si} \quad 10 \le x \le 50 \\ \dfrac{200+10x}{25+3x} & \text{si} \quad x > 50 \end{cases}.$$

donde C y x están expresadas en miles de euros.
a) **(1 punto)** Justifique que C es una función continua.
b) **(1 punto)** ¿A partir de qué liquidez decrece la cantidad dedicada a créditos? ¿Cuál es el valor máximo de C?
c) **(0.5 puntos)** Calcule la asíntota horizontal e interprétela en el contexto del problema.

EJERCICIO 3

En una encuesta sobre la nacionalidad de los veraneantes en un municipio de la costa andaluza, se ha observado que el 40% de los encuestados son españoles y el 60% extranjeros, que el 30% de los españoles y el 80% de los extranjeros residen en un hotel y el resto en otro tipo de residencia.
Se elige al azar un veraneante del municipio.
a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que no resida en un hotel?
b) **(1 punto)** Si no reside en un hotel, ¿cuál es la probabilidad de que sea español?
c) **(0.5 puntos)** ¿Son independientes los sucesos "ser extranjero" y "residir en un hotel"?

EJERCICIO 4

El peso de los habitantes de una determinada ciudad sigue una ley Normal de media 65 kg y desviación típica 8 kg.
a) **(0.75 puntos)** ¿Qué distribución sigue la media de los pesos de las muestras de habitantes de tamaño 64 extraídas de esa ciudad?
b) **(1.75 puntos)** Si se extrae una muestra aleatoria de tamaño 100 de esa ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio de esa muestra esté comprendido entre 64 y 65 kg?

OPCIÓN A
SOLUCIONES

EJERCICIO 1

Las columnas de la matriz P indican los respectivos precios de tres artículos A_1, A_2 y A_3 en dos comercios, C_1 (fila 1) y C_2 (fila 2): $P = \begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 23 & 25 & 17 \end{pmatrix}$.

Cati desea comprar 2 unidades del artículo A_1, 1 de A_2 y 3 de A_3.
Manuel desea comprar 5 unidades de A_1, 1 de A_2 y 1 de A_3.

Han dispuesto esas compras en la matriz Q: $Q = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) **(1.8 puntos)** Calcule $P \cdot Q^t$ y $Q \cdot P^t$ e indique el significado de los elementos de las matrices resultantes.

$$P \cdot Q^t = \begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 23 & 25 & 17 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 115 & 160 \\ 122 & 157 \end{pmatrix}}$$

$a_{11} = 115$ es lo que le costaría a Cati comprar sus necesidades en el comercio C_1. $a_{12} = 160$ es lo que le costaría a Manuel comprar sus necesidades en el comercio C_1. $a_{21} = 122$ es lo que le costaría a Cati comprar sus necesidades en el comercio C_2. $a_{22} = 157$ es lo que le costaría a Manuel comprar sus necesidades en el comercio C_2.

$$Q \cdot P^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 25 & 23 \\ 20 & 25 \\ 15 & 17 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 115 & 122 \\ 160 & 157 \end{pmatrix}}$$

$a_{11} = 115$ es lo que le costaría a Cati comprar sus necesidades en el comercio C_1. $a_{12} = 122$ es lo que le costaría a Cati comprar sus necesidades en el comercio C_2. $a_{21} = 160$ es lo que le costaría a Manuel comprar sus necesidades en el comercio C_1. $a_{22} = 157$ es lo que le costaría a Manuel comprar sus necesidades en el comercio C_2.

b) **(0.7 puntos)** A la vista de lo obtenido en el apartado anterior, ¿dónde les interesa hacer la compra a cada uno?

EJERCICIO 2

a) **(1.2 puntos)** Calcule los valores de a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{b}{2-x} & si \quad x \le 1 \\ ax^2 - 3x + 1 & si \quad x > 1 \end{cases}$$

sea derivable en el punto de abscisa $x = 1$.

Para que f sea derivable, debe ser, primeramente, continua. Lo exigimos.

- $(-\infty, 1)$: $y = \dfrac{b}{2-x}$ es continua en R – {2}, pero $2 \notin (-\infty, 1)$, por lo que f es continua en $(-\infty, 1)$.
- $(1, +\infty)$: f es continua porque coincide con una función polinómica.

- $\underline{x=1}$: $f(1) = b$; $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{b}{2-x} = b$; $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}(ax^2-3x+1) = a-2$.

  Para que sea continua, que debe serlo según lo que piden, deben coincidir estos resultados, por lo que exigiremos: $\boxed{a-2=b}$. (1)

La derivada será, en principio:

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{b}{(2-x)^2} & si \quad x<1 \\ 2ax-3 & si \quad x>1 \end{cases}$$

Pero para ser derivable, como el único punto conflictivo es $x = 1$, pues al igual que antes, $2\notin(-\infty, 1)$, deben coincidir las derivadas laterales:

$$f'(1^-) = b; \quad f'(1^+) = 2a-3 \Rightarrow \text{Exigimos } \boxed{2a-3=b}. \ (2)$$

Para resolver el sistema formado por (1) y (2), igualamos b: $2a-3 = a-2 \Rightarrow \boxed{a=1}$.
Sustituyendo en (1): $\boxed{b=-1}$.
La solución es, entonces: $\boxed{a = 1 \text{ con } b = -1}$.

b) **(1.3 puntos)** Para $a = 1$ y $b = 2$, estudie su monotonía y determine las ecuaciones de sus asíntotas, si existen.

La función se transforma en:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{2-x} & si \quad x\le 1 \\ x^2-3x+1 & si \quad x>1 \end{cases}$$

Como $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{2}{2-x} = 2$ y $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}(x^2-3x+1) = -1$, la función tiene una discontinuidad (de salto finito) en $x = 1$. Por tanto, no es derivable en dicho punto. Su derivada es:

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{(2-x)^2} & si \quad x<1 \\ 2x-3 & si \quad x>1 \end{cases}$$

Como:

- Puntos de discontinuidad de f ó f': $x = 1$.
- $f'(x) = 0$: Por un lado, $\dfrac{2}{(2-x)^2} = 0$, no lleva a ninguna solución, pues el numerador no puede anularse. Por otro lado, $2x-3 = 0 \Leftrightarrow x = 3/2 \in (1, +\infty)$.

la monotonía resulta ser:

	$(-\infty, 1)$	1	$(1, 3/2)$	$3/2$	$(3/2, +\infty)$
f'	+	∄	–	0	+
f	↗(crec)	∄	↘(decrec)	Mín	↗(crec)

La función tiene un $\boxed{\text{mínimo relativo en } (3/2, -5/4)}$, ya que $f(3/2) = -5/4$.

En cuanto a las asíntotas:

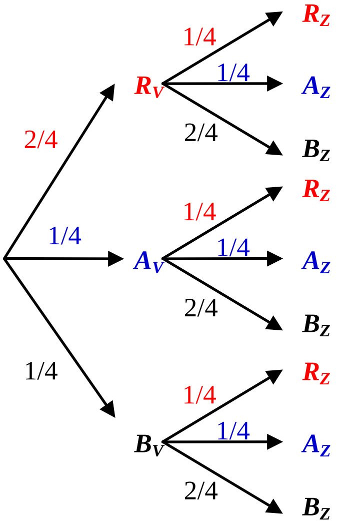
- Verticales: La única discontinuidad, que está en $x = 1$, lo es de *salto finito*. Para tener asíntota vertical, debería ser una discontinuidad asintótica $\Rightarrow$ $\boxed{\text{No tiene A.V.}}$

- Horizontales: Cuando $x \to +\infty$, f está definida por una función cuadrática, que no tiene asíntotas. Y cuando $x \to -\infty$: $\lim_{x\to-\infty} \frac{2}{2-x} = \left(\frac{2}{\infty}\right) = 0 \Rightarrow$ Por tanto, deducimos que la recta $\boxed{y = 0 \text{ es asíntota horizontal cuando } x\to-\infty}$.

EJERCICIO 3

Marta tiene dos trajes rojos, un traje azul y uno blanco. Además, tiene un par de zapatos de color rojo, otro de color azul y dos pares blancos. Si decide aleatoriamente qué ponerse, determine las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) **(0.8 puntos)** Llevar un traje rojo y unos zapatos blancos.



Podemos esquematizar los datos del problema en un diagrama de árbol como el adjunto, donde las probabilidades se calculan por Laplace y en el primer paso se refieren al vestido, así como en el segundo, a los zapatos. De ahí, deducimos que:

$$P(R_V \cap B_Z) = P(R_V)\cdot P(B_Z/R_V) = \frac{2}{4}\frac{2}{4} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

b) **(0.9 puntos)** No ir toda vestida de blanco.

P(no ir toda vestida de blanco) = 1 – P(ir toda vestida de blanco)

$$= 1 - P(B_V \cap B_Z) = 1 - \frac{1}{4}\frac{2}{4} = 1 - \frac{1}{8} = \boxed{\frac{7}{8}}$$

c) **(0.8 puntos)** Calzar zapatos azules o blancos.

Lo contrario de calzar zapatos azules o blancos es no llevar ni zapatos azules ni blancos, es decir, llevarlos rojos. Y por el Teorema de la Probabilidad Total:

$$P(A_Z \cup B_Z) = 1 - P(A_Z^C \cap B_Z^C) = 1 - P(R_Z) = 1 - \frac{2}{4}\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

EJERCICIO 4

Se desea estimar la media de una variable aleatoria Normal cuya desviación típica es 2.5. Para ello, se toma una muestra aleatoria, obteniéndose los siguientes datos:

18 18.5 14 16.5 19 20 20.5 17 18.5 18

a) **(1 punto)** Determine un intervalo de confianza al 96% para la media poblacional.

Tenemos que $X \in N(\mu;2.5)$. Por proceder los datos de una población Normal, se puede construir el intervalo de confianza.

Se tiene:

- $n = 10$
- $\sigma = 2.5$
- $\bar{x} = \frac{18+18.5+14+16.5+19+20+20.5+17+18.5+18}{10} = 18$
- $1 - \alpha = 0.96 \Rightarrow \alpha = 0.04 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.98 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.055$, según las tablas de la Normal.

Y la fórmula del intervalo de confianza es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(18 - 2.055\frac{2.5}{\sqrt{10}},\ 18 - 2.055\frac{2.5}{\sqrt{10}}\right) = (16.38,\ 19.62)$$

Luego $\boxed{\mu \in (16.38,\ 19.62)}$ con un nivel de confianza del 96%.

b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es el error máximo cometido con esa estimación?

$$E = \frac{amplitud}{2} = \frac{19.62 - 16.38}{2} = \boxed{1.62}$$

c) **(1 punto)** Con el mismo nivel de confianza, si queremos que el error máximo sea inferior a 1, ¿qué tamaño muestral mínimo debemos tomar?

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\ \text{Si}\ \ E < 1 \ \Rightarrow\ z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 1 \ \Rightarrow\ z_{\alpha/2}\sigma < \sqrt{n} \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ n > (z_{\alpha/2}\sigma)^2 = (20.55\cdot 2.5)^2 = 26.39$$

Como n es un número natural (no puede tomarse una cantidad decimal de elementos en una muestra), el mínimo valor posible para garantizar eso es $\boxed{n = 27}$.

OPCIÓN B
SOLUCIONES

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un taller fabrica y vende dos tipos de alfombras, de seda y de lana. Para la elaboración de una unidad se necesita un trabajo manual de 2 horas para el primer tipo y de 3 horas para el segundo y de un trabajo de máquina de 2 horas para el primer tipo y de 1 hora para el segundo. Por cuestiones laborales y de planificación, se dispone de hasta 600 horas al mes para el trabajo manual y de hasta 480 horas al mes para el destinado a la máquina.

Si el beneficio por unidad para cada tipo de alfombra es de 150 € Y 100 €, respectivamente, ¿cuántas alfombras de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio? ¿A cuánto asciende el mismo?

Llevamos los datos a un tabla:

Tipos de alfombras	Nº a elaborar	Horas manuales	Horas máquina	Beneficios
Seda	x	$2x$	$2x$	$150x$
Lana	y	$3y$	y	$100y$
Restricciones:	$x \geq 0;\ y \geq 0$	$2x + 3y \leq 600$	$2x + y \leq 480$	$150x + 100y$

Por tanto, hay que MAXIMIZAR: $f(x, y) = 150x + 100y$, sujeto a:

$x \geq 0;\ y \geq 0$
$2x + 3y \leq 600$
$2x + y \leq 480$

Dibujamos la región factible.

- $x \geq 0;\ y \geq 0$: nos limitan al primer cuadrante.
- $2x + 3y \leq 600$. Dibujamos $2x + 3y = 600$:

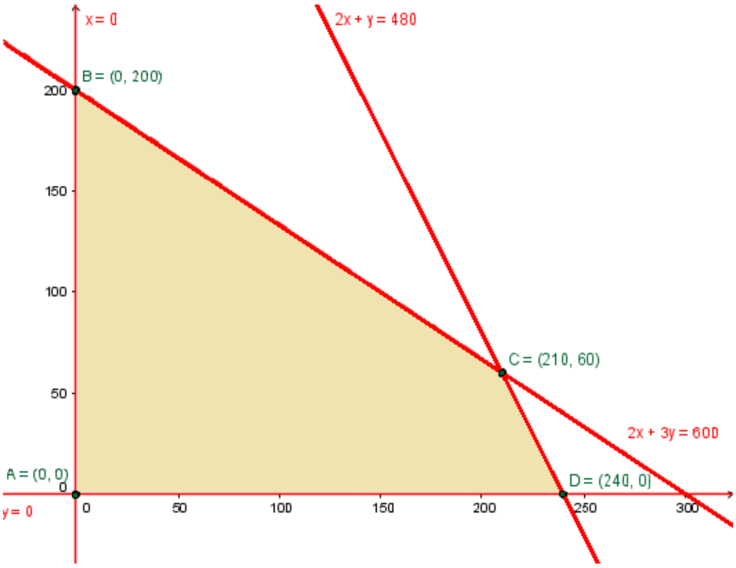
x	0	300
y	200	0

  Y como despejando resulta:
  $$y \leq \frac{-2x+600}{2} \Leftrightarrow y \leq -x + 300,$$ escogemos el semiplano inferior.
- $2x + y \leq 480$. Dibujamos $2x + y = 480$:

x	0	240
y	480	0

  Despejando:
  $y \leq -2x + 480 \Rightarrow$ semiplano inferior.

Llevamos los datos a un gráfico, que nos ayudará a calcular los vértices de la región factible (ya se han incluido en dicho gráfico, que es el adjunto).



Los vértices $\boxed{A(0, 0), B(0, 200)\ \text{y}\ D(240, 0)}$ los conocemos de las tablas de valores. Y el que falta, C, es la intersección de las dos rectas:

Despejando en ambas $2x$ e igualando:

$480 - y = 600 - 3y \Rightarrow 2y = 120 \Rightarrow y = 60$

Sustituyendo en la segunda:

$2x + 60 = 480 \Rightarrow 2x = 420 \Rightarrow x = 210$

De donde $\boxed{C(210, 60)}$.

Evaluamos la función objetivo en los vértices:

- $f(A) = f(0, 0) = 0$
- $f(B) = f(0, 200) = 150\cdot 0 + 100\cdot 200 = 20.000$
- $f(C) = f(210, 60) = 150\cdot 210 + 100\cdot 60 = 37.500$
- $f(D) = f(240, 0) = 150\cdot 240 + 100\cdot 0 = 36.000$

El beneficio máximo se obtiene elaborando 210 alfombras de seda y 60 de lana, y asciende a 37.500€.

EJERCICIO 2

La cantidad, C, que una entidad bancaria dedica a créditos depende de su liquidez, x, según la función

$$C(x) = \begin{cases} \dfrac{150+5x}{100} & \text{si} \quad 10 \le x \le 50 \\ \dfrac{200+10x}{25+3x} & \text{si} \quad x > 50 \end{cases}.$$

donde C y x están expresadas en miles de euros.

a) **(1 punto)** Justifique que C es una función continua.

- [10, 50): La función es polinómica, luego es continua.
- (50, +∞): La función es continua salvo donde se anule el denominador: $25 + 3x = 0 \iff x = -25/3 \notin (50, +\infty) \Rightarrow$ es continua.
- $x = 50$: 1) $C(50) = \dfrac{150+5\cdot 50}{100} = 4$; 2) $\lim\limits_{x\to 50^-} \dfrac{150+5x}{100} = 4$; $\lim\limits_{x\to 50^+} \dfrac{200+10x}{25+3x} = 4$.

  Como coinciden todos estos resultados, es continua también en $x = 1$.

Luego $\boxed{C(x) \text{ es continua en } [10, +\infty)}$.

b) **(1 punto)** ¿A partir de qué liquidez decrece la cantidad dedicada a créditos? ¿Cuál es el valor máximo de C?

Estudiamos su monotonía.

$$C'(x) = \begin{cases} \dfrac{5}{100} & \text{si} \quad 10 < x < 50 \\ \dfrac{10(25+3x)-(200+10x)3}{(25+3x)^2} = \dfrac{-350}{(25+3x)^2} & \text{si} \quad x > 50 \end{cases}$$

$C'(50^-) = 5/100$; $C'(50^+) = \dfrac{-350}{(25+3\cdot 50)^2} = \dfrac{-2}{375}$. Como no coinciden, no es derivable en $x = 50$, por lo que la expresión final de la derivada es la anterior.

- Discontinuidades de C ó C': $x = 50$.
- $C'(x) = 0$: No es posible, porque no se anula nunca el numerador en ninguna de las dos fórmulas que definen a la derivada.

Por tanto:

	(10, 50)	50	(50, +∞)
C'	+	∄	–
C	↗(crec)	Máx	↘(decrec)

De este cuadro deducimos:

A partir de 50.000€ de liquidez, decrece la cantidad destinada a créditos. C tiene un máximo relativo en (50, 4), pues $C(50) = 4$. Este máximo es, también, absoluto, pues la función es continua, antes es creciente y después, decreciente. Luego el valor máximo de C es 4 (4.000€).

c) **(0.5 puntos)** Calcule la asíntota horizontal e interprételа en el contexto del problema.

Como x no puede tender a $-\infty$, la asíntota horizontal es sólo cuando $x \to +\infty$, y vale:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{200+10x}{25+3x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x\to+\infty} \frac{10x}{3x} = \frac{10}{3}$$

A medida que aumenta la liquidez, a partir del máximo en $x = 50$, la cantidad destinada a créditos decrece, pero se va aproximando a 10/3 (miles de euros), sin llegar a tocarlos ni tomar valores inferiores.

EJERCICIO 3

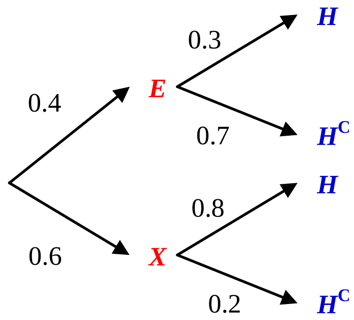
En una encuesta sobre la nacionalidad de los veraneantes en un municipio de la costa andaluza, se ha observado que el 40% de los encuestados son españoles y el 60% extranjeros, que el 30% de los españoles y el 80% de los extranjeros residen en un hotel y el resto en otro tipo de residencia.

Se elige al azar un veraneante del municipio.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que no resida en un hotel?

Tras disponer los datos en un diagrama de árbol, aplicando el Teorema de la Probabilidad Total, se tiene:

$$P(H^c) = 0.4\cdot 0.7 + 0.6\cdot 0.2 = \boxed{0.4}$$



b) **(1 punto)** Si no reside en un hotel, ¿cuál es la probabilidad de que sea español?

$$P(E/H^c) = \frac{P(E\cap H^C)}{P(H^C)} = \frac{0.4\cdot 0.7}{0.4} = \boxed{0.7}$$

c) **(0.5 puntos)** ¿Son independientes los sucesos "ser extranjero" y "residir en un hotel"?

Como $P(E) = 0.4$ y $P(E/H^C) = 0.7$ $\Rightarrow$ Los sucesos "ser español" y "no residir en un hotel" NO son independientes $\Rightarrow$ cualquier combinación entre dichos sucesos y sus contrarios NO son independientes $\Rightarrow$ <u>"ser extranjero" y "no residir en un hotel" NO son independientes</u>.

EJERCICIO 4

El peso de los habitantes de una determinada ciudad sigue una ley Normal de media 65 kg y desviación típica 8 kg.

a) **(0.75 puntos)** ¿Qué distribución sigue la media de los pesos de las muestras de habitantes de tamaño 64 extraídas de esa ciudad?

Se sabe que, si $X \in N(\mu;\sigma) \Rightarrow \bar{x} \in N\left(\mu;\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$. Por tanto, $\bar{x} \in N\left(65;\frac{8}{\sqrt{64}}\right) = \boxed{N(65;1)}$

b) **(1.75 puntos)** Si se extrae una muestra aleatoria de tamaño 100 de esa ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio de esa muestra esté comprendido entre 64 y 65 kg?

Como ha cambiado n, ahora $\bar{x} \in N\left(65;\frac{8}{\sqrt{100}}\right) = N(65;\,0.8)$. Entonces, tipificando:

$$\boxed{P(64 \le \bar{x} \le 65)} = P\left(\frac{64-65}{0.8} \le Z \le \frac{65-65}{0.8}\right) = P(-1.25 \le Z \le 0) = P(Z\le 0) - P(Z \le -1.25)$$

= (por la simetría de la función de densidad de la Normal) = $0.5 - P(Z \ge 1.25)$ =

= $0.5 - [1 - P(Z < 1.25)]$ = (buscando en las tablas) = $0.5 - 1 + 0.8944 = \boxed{0.3944}$